

ESCOLANO VIZCARRA, R. (2007). *Enseñanza del número racional positivo en Educación Primaria: un estudio desde los modelos de medida y cociente*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Zaragoza.

Se trata de un trabajo de tesis doctoral llevado a cabo en el área de Didáctica de las Matemáticas del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza. La investigación tiene como objetivo mejorar la enseñanza del número racional positivo en las aulas de Educación primaria. Para ello se diseña, se implementa y se evalúa una propuesta didáctica inédita y original con alumnos de 4º y 5º curso de Educación primaria (9-11 años). La propuesta didáctica elude el significado de relación parte-todo y, en su lugar, utiliza los significados de medida y de cociente partitivo para introducir la fracción, y el número decimal, y para conectar significativamente ambos sistemas de representación.

La publicación se articula en ocho capítulos. En el capítulo I se formula el problema de investigación, y se describen las herramientas conceptuales a utilizar: comprensión del conocimiento matemático, modelo de aprendizaje, significado de un concepto matemático y sistemas de representación del número racional positivo. También se informa del marco teórico vinculado a la línea de investigación en Didáctica de la Matemática en España denominada Pensamiento Numérico y Algebraico, que estudia los diferentes procesos cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significados utilizando diferentes estructuras numéricas.

En aras a fundamentar la propuesta didáctica se aborda en el Capítulo II un estudio teórico, denominado análisis fenomenológico histórico, para identificar los significados del número racional positivo; es decir, los campos de problemas que ha resuelto el número racional: medida, cociente partitivo, razón, operador y cociente indicado. Este estudio epistemológico es insuficiente para clasificar el significado de relación parte-todo que, por otra parte, tiene gran influencia en las prácticas de enseñanza en España y en otros muchos países. En este mismo capítulo se aborda el análisis fenomenológico didáctico que consiste en un estudio histórico de libros de textos escolares publicados en el último siglo y medio con la intención de estudiar qué usos ha realizado y realiza el Sistema Educativo Español de estos significados en la enseñanza del número racional y, en particular, indagar cuál es el origen de la relación parte-todo que no pertenece a la fenomenología histórica del número racional.

El análisis fenomenológico didáctico informa que el significado de relación parte-todo surge asociado a las prácticas de enseñanza, en la primera mitad del siglo XX, con el propósito de eludir los procesos de medida en el aula e introducir, con rapidez y apa-

rente eficacia, la representación simbólica de la fracción. Desde la década de los 80 la enseñanza del número racional positivo se sustenta exclusivamente en este significado, dado que los otros significados han ido perdiendo influencia en favor de la relación parte-todo.

En el Capítulo III se analiza la práctica docente referida a la enseñanza del número racional que actualmente se desarrolla en las aulas de educación primaria. Para caracterizar la práctica docente se estudia una propuesta completa de una de las editoriales de libros de textos de mayor implantación en la Comunidad Autónoma de Aragón y en toda España, dado que los maestros utilizan los libros de texto como elemento básico para la instrucción. Las reflexiones derivadas del análisis de la propuesta didáctica de esta editorial caracterizan la enseñanza actual del número racional en educación primaria como pasiva, memorística y centrada en el adiestramiento en el uso de algoritmos. La relación parte-todo tiene una presencia mayoritaria a lo largo de la instrucción en aspectos conceptuales, tanto en lo que se refiere a las ideas de fracción y de número decimal, como en las que se refieren a la justificación de relaciones y operaciones entre números racionales lo que provoca importantes limitaciones de comprensión en los alumnos. Además, la enseñanza de la fracción y del número decimal se aborda desde contextos aislados, lo que impide la conexión conceptual entre ambos sistemas de representación. Todas estas características permiten entender que buena parte del bajo rendimiento de los alumnos españoles en las pruebas de matemáticas, como muestra el reciente informe Pisa 2003, son el resultado de la instrucción recibida.

Las informaciones que aportan los estudios teóricos le permiten formular las *hipótesis de la investigación* a contrastar:

Uno: Es viable una propuesta didáctica sobre los números racionales positivos, destinada a alumnos de los cursos 4º y 5º de Educación Primaria, sustentada en los significados de medida y cociente partitivo que, consecuentemente, desatiende las propuestas tradicionales basadas en el significado de relación parte-todo.

Dos: Esta propuesta permite superar los obstáculos provocados por el significado parte-todo y, en consecuencia, produce una mejora en la comprensión de los alumnos de Educación Primaria sobre los números racionales.

La fase experimental de la investigación sigue la metodología cualitativa de Investigación-Acción que se detalla en el Capítulo IV. El carácter recursivo de esta metodología se aplica en dos etapas de experimentación de aula: la primera en los cursos 1999/2000 y 2000/2001, y la segunda en los cursos 2003/2004 y 2004/2005, con dos promociones de alumnos de 4º y 5º curso de Educación primaria del C.E.I.P. "Tío Jorge" de la ciudad de Zaragoza. La descripción del proceso seguido, las observaciones realizadas y las informaciones recogidas, los datos obtenidos y su posterior análisis, así como la reflexión sobre los mismos para llegar a los resultados, producen un importante volumen de documentación, que se organiza de acuerdo con las cuatro fases que configuran la Investigación-Acción: planificación, acción, observación y reflexión.

El capítulo V corresponde a la fase de planificación, en el que se detalla el proceso seguido desde la propuesta didáctica inicial hasta la propuesta definitiva, incluyendo la justificación de las decisiones adoptadas durante el diseño de la propuesta.

El capítulo VI corresponde a la fase de acción, en el que se da cuenta del balance entre lo planificado y lo ejecutado, se detallan las observaciones realizadas acerca del comportamiento de los alumnos en la realización de las diferentes tareas propuestas, se analiza la Interacción Didáctica producida en las sesiones de clase, y se concluye con una reflexión sobre la totalidad del proceso seguido durante la implementación de la propuesta.

El capítulo VII contiene la documentación correspondiente a las fases de observación y reflexión. En la fase de observación se analizan las producciones escritas de los alumnos referida a la comprensión de los conocimientos matemáticos sobre los que se instruye, teniendo en cuenta unas unidades de análisis previamente definidas en el capítulo IV. La fase de reflexión permite hacer un balance de la comprensión de los alumnos sobre los diferentes temas que se abordan en la propuesta didáctica: concreción del modelo de medida, relaciones y operaciones entre fracciones, la fracción como cociente partitivo, sistema de representación polinómico decimal y la notación decimal, y relaciones y operaciones con números decimales.

Finalmente, el capítulo VIII informa de las conclusiones del estudio. En primer lugar, se confirman las dos hipótesis de investigación: la propuesta didáctica alternativa es viable, y la decisión de suprimir la relación parte-todo es acertada porque este significado es sustituido por otro más potente, de medida, que elude los obstáculos didácticos que provoca la relación parte-todo.

En segundo lugar, se evalúa la propuesta didáctica alternativa y la comprensión de los alumnos que participan en las dos etapas experimentales. Entre las conclusiones más interesantes de este estudio cabe destacar la potencia del significado de cociente partitivo en los momentos iniciales de la enseñanza del número racional porque facilita que los alumnos de primaria se forjen ideas abstractas de la fracción y del número decimal mediante dos procedimientos simultáneos: las manipulaciones físicas con objetos tangibles y los procesos mentales que evocan las acciones de reparto igualitario. En resumen, el significado de cociente partitivo se muestra eficaz para conectar la notación fraccionaria y la notación decimal.

**Jesús Murillo Ramón**

GARCÍA OLIVARES, M.A. (2008). *Educación Matemática Atendiendo a la Diversidad. Análisis de una Metodología Específica*. Tesis doctoral leída en la Universidad de Valladolid.

Tras una serie de trabajos exploratorios sobre las diferentes calificaciones, la actitud y el aprovechamiento lectivo de los alumnos, se define el concepto de diversidad como punto de partida de la investigación. Con el fin de atender a los grupos naturales de alumnos en su totalidad, se crea una metodología propia: "Metodología de Educación en la Atención a la Diversidad" (MEAD) con el objetivo fundamental de conseguir que todos los alumnos del grupo estén trabajando en el aula la totalidad del período lectivo, independientemente de su nivel académico. Los elementos básicos de esta metodología