CONTEXTOS EDUCATIVOS, 35 (2025): 9-34. http://doi.org/10.18172/con.6495

CREACIÓN DE PROBLEMAS EN LA FORMACIÓN DE DOCENTES: UNA HERRAMIENTA PARA DESARROLLAR EL RAZONAMIENTO ALGEBRAICO

María Burgos
Universidad de Granada
mariaburgos@ugr.es

Nicolás Tizón-Escamilla
Universidad de Granada
tizon@ugr.es

RESUMEN: La creación de problemas es considerada una actividad fundamental para la formación de los docentes que permite mejorar sus conocimientos y competencias didáctico-matemáticos. En este trabajo se describe el diseño, implementación y resultados de una experiencia formativa con futuros docentes de educación primaria centrada en la creación de problemas para desarrollar el razonamiento algebraico. Se trata de una investigación descriptiva de enfoque cualitativo y de carácter exploratorio. Se analizan las respuestas de los docentes en formación a una tarea en la que, trabajando de manera colaborativa (agrupados en 13 equipos) debían crear problemas como variación de tres situaciones diferentes con el fin de fomentar el razonamiento algebraico de sus estudiantes. Los resultados muestran que los docentes en formación tuvieron, en general, éxito al modificar situaciones en entornos aritméticos. Por un lado, si la situación de partida implicaba la comparación de los resultados de operaciones aritméticas, creaban mayormente problemas que involucraban la comparación de expresiones o la comprobación de la veracidad de igualdades algebraicas, fomentando aspectos como la aritmética generalizada o expresiones e igualdades. Por otro lado, si la situación inicial implicaba el cálculo de una operación aritmética, los futuros docentes proponían, en su mayoría, problemas que implicaban la resolución de ecuaciones. En cambio, tuvieron dificultades para crear nuevos problemas partiendo de una situación en un entorno geométrico, proponiendo casi en su totalidad problemas ambiguos o incorrectos que en pocas ocasiones fomentaban el razonamiento algebraico. Se concluye la importancia de incorporar en los programas de formación docente la creación de problemas en una amplia diversidad de situaciones como medio para fomentar una visión global del álgebra escolar.

PALABRAS CLAVE: creación de problemas, razonamiento algebraico, formación de docentes de primaria, enseñanza de las matemáticas, conocimientos y competencias didáctico-matemáticas.

PROBLEM CREATION IN TEACHER EDUCATION: A TOOL FOR DEVELOPING ALGEBRAIC REASONING

ABSTRACT: The creation of problems is considered a fundamental activity in the training of future teachers that allows them to improve their didactic-mathematical knowledge and skills. This paper describes the design, implementation and results of a training experience with future elementary school teachers focused on the creation of problems to develop algebraic reasoning. The research has a descriptive and exploratory nature with a qualitative approach. We analyze the responses of trainee teachers to a task in which, working collaboratively (grouped in 13 teams), they had to create problems as a variation of three given situations to encourage algebraic reasoning in their students. The results show that the trainee teachers were, in general, successful in modifying situations in arithmetic environments. On the one hand, if the starting situation involved comparing the results of arithmetic operations, they mostly created problems that involved comparing expressions or checking the veracity of algebraic equalities, fostering aspects such as generalized arithmetic or expressions and equalities. On the other hand, if the initial situation involved the calculation of an arithmetic operation, future teachers mostly proposed problems that involved solving equations. However, the future teachers had difficulties in creating new problems starting from a situation in a geometric environment, almost all of them proposing ambiguous or incorrect problems that rarely encouraged the development of algebraic reasoning. We conclude the importance of incorporating in teacher training programs the creation of problems in a wide variety of situations as a means to promote a global vision of school algebra.

KEYWORDS: Problem creation, algebraic reasoning, primary teacher education, mathematics education, didactic-mathematical knowledge and competences.

Recibido: 02/01/2025

Aceptado: 14/03/2025

1. Introducción

Dada la relación entre el grado de conocimiento del docente y el logro de aprendizaje de sus estudiantes, desde la investigación en educación matemática, se hace necesario diseñar e implementar experiencias formativas que caractericen y promuevan el desarrollo de conocimientos y competencias profesionales significativas en el profesorado (Ponte y Chapman, 2016).

De forma específica, diversos investigadores han señalado la importancia de incorporar la creación de problemas en los programas de formación docente, como medio para evaluar, articular y desarrollar los conocimientos y competencias del docente de matemáticas (Leavy y Hourigan, 2020). Por un lado, se considera que la creación de problemas permite a los futuros docentes explorar de manera profunda el contenido matemático y ser conscientes de sus posibles deficiencias (Yao et al., 2021). Por otro lado, las investigaciones sobre creación de problemas de matemáticas con fines didácticos mencionan de manera explícita su estrecho vínculo con la competencia para el análisis didáctico (Malaspina et al., 2019).

Asumiendo el planteamiento de problemas como medio óptimo para introducir al profesorado en formación en la enseñanza de contenidos matemáticos específicos (Leavy y Hourigan, 2020; Yao et al., 2021) y la recomendación de diferentes perspectivas teóricas (Kieran, 2022) y propuestas curriculares (Real Decreto 157/2022) de incorporar contenidos algebraicos desde los primeros niveles educativos, en esta investigación describimos una intervención formativa con maestros en formación, centrada en la creación de problemas para desarrollar el razonamiento algebraico.

Para autores como Pincheira y Alsina (2021) los futuros docentes deben tener un conocimiento del álgebra escolar que les permita diseñar situaciones de enseñanza con las que fomentar el pensamiento algebraico de sus estudiantes en la práctica. Destacan la necesidad de proporcionar al profesorado “experiencias de formación que permitan profundizar en el análisis de tareas matemáticas que promuevan el desarrollo del pensamiento algebraico temprano”, así como que el profesorado “conozca e identifique las diversas categorías de tareas que se establecen para el tratamiento de este contenido, como también los conocimientos que caracterizan cada tarea" (p. 1333).

En este sentido, investigaciones como la de Zapatera y Quevedo (2021) consideran que el diseño de tareas para detectar y promover el pensamiento algebraico en los estudiantes debería formar parte de la formación de profesores en álgebra temprana. De manera específica, analizan el conocimiento algebraico de futuros docentes al inicio de su formación puesto de manifiesto al crear tareas para promover el pensamiento algebraico. Encuentran que la mayoría de los participantes proponen tareas que reducen las dos situaciones abiertas a problemas cerrados simples con una única solución que resuelven de forma aritmética. Dichas tareas no permiten que los estudiantes "establezcan conexiones entre la aritmética y el álgebra" (p. 11).

El objetivo de este trabajo es investigar el conocimiento de futuros docentes de educación primaria sobre el razonamiento algebraico a través de la creación de problemas. Analizamos las respuestas de maestros en formación a una tarea en la que deben crear por variación de tres situaciones diferentes (dos en entorno aritmético y una geométrico), nuevos problemas que fomenten el razonamiento algebraico, describiendo el aspecto del álgebra escolar implicado y los elementos algebraicos esperados en su solución. De esta forma, tratamos de dar respuesta a las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Qué tipos de problemas crean por variación los futuros docentes para desarrollar el razonamiento algebraico? ¿Qué aspectos del álgebra temprana involucran?
- ¿Existen diferencias en la significatividad de los problemas creados según cual sea la situación de partida?
- ¿Reconocen los futuros docentes los elementos algebraicos implicados en la resolución de los problemas que crean?

Así, nuestra investigación combina la creación de problemas para desarrollar el sentido algebraico, con el análisis de las prácticas y conocimientos implicados (Pincheira y Alsina, 2021), ampliando el entorno de creación del ámbito exclusivamente aritmético al geométrico, no explorado previamente.

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1. Razonamiento algebraico elemental

Para Radford (2018) el álgebra escolar implica tratar con cantidades indeterminadas, designarlas y operar con ellas de forma analítica, es decir, sumarlas, restarlas, multiplicarlas o dividirlas como si fueran conocidas. Para este autor, si bien las cantidades indeterminadas se pueden representar a través de la simbología alfanumérica, es posible emplear otros sistemas semióticos "sin perjuicio de la naturaleza algebraica del pensamiento" (p. 8).

El razonamiento algebraico puede ser desarrollado desde diferentes enfoques (Blanton et al., 2018): a) aritmética generalizada, b) equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones y c) estudio de las funciones. En la aritmética generalizada, los números y las operaciones aritméticas constituyen el entorno para generalizar, representar, justificar, y razonar con las primeras estructuras y relaciones matemáticas. Se persigue una comprensión profunda de la estructura de las operaciones, lo que incluye en particular propiedades como la conmutativa, asociativa, distributiva, elemento neutro o relaciones inversas de suma y resta y de multiplicación y división (Schifter y Russell, 2022). En el segundo enfoque, se persigue desarrollar una comprensión relacional del signo igual, reconocer y establecer la equivalencia entre distintas expresiones de manera general, así como familiarizar al estudiante con la idea de incógnita, llegando a plantear y resolver ecuaciones e inecuaciones (Blanton et al., 2018). El estudio de funciones incluye la generalización de relaciones entre cantidades que varían en forma conjunta, la expresión de estas relaciones y el uso de dichas expresiones para analizar el comportamiento de una función (Blanton et al., 2018).

En cualquiera de estos enfoques aparece la noción de estructura, entendida como:

> Una forma de ver un objeto o una expresión de manera que se vea como una combinación de partes reconocibles junto con patrones reconocibles que conectan esas partes entre sí. Esta forma de ver resulta en una expresión del objeto en términos de partes y conexiones que sitúa el objeto como un ejemplo particular de un tipo más general. (Hewitt, 2019, p. 2)

Para Harel y Soto (2017) el *razonamiento estructural* es la capacidad combinada de: buscar, reconocer, explorar y actuar sobre estructuras, razonando y justificando en términos de estructuras generales, y no solo en términos de sus instancias específicas. Para los autores, estos aspectos del razonamiento estructural pueden estar involucrados en distintas situaciones, como puede ser el reconocimiento de un patrón en una secuencia numérica (que implica la búsqueda y reconocimiento de estructuras) o la demostración de propiedades geométricas (que implica la creación de estructuras y el razonamiento con ellas). El *pensamiento relacional* supone la comprensión del significado relacional del signo igual, usar el sentido de los números y las operaciones para razonar estructuralmente sobre expresiones, ecuaciones o inecuaciones como objetos, por su estructura, en lugar de sólo como procedimiento (Blanton et al., 2018; Skemp, 1976).

En este trabajo, adoptando el punto de vista del Enfoque Ontosemiótico, se entiende el Razonamiento Algebraico Elemental (Godino et al., 2014) como el sistema de prácticas operativas y discursivas puestas en juego en la resolución de problemas abordables desde la educación primaria en las que intervienen objetos y procesos algebraicos. Se consideran como tipos de objetos algebraicos: a) *relaciones binarias* –de equivalencia o de orden– y sus respectivas propiedades (reflexiva, transitiva y simétrica o antisimétrica); b) *operaciones y sus propiedades*; c) *funciones,* sus operaciones y propiedades; d) *estructuras* (semigrupo, monoide, cuerpo, etc.) sus tipos y propiedades. Estos objetos emergen de las prácticas por medio de procesos de *generalización* (identificación de objetos intensivos o generales, es decir, clases de objetos extensivos o particulares), *unitarización* (el intensivo pasa a ser una entidad unitaria diferente de los elementos que lo constituyen), *representación* (materialización de la entidad unitaria) y *cálculo sintáctico*, determinando diferentes tipos de configuraciones algebraicas. Así, hay problemas que ponen en juego de manera específica relaciones binarias, operaciones, funciones o estructuras, otras cuyo foco de atención es la transformación entre distintos modos de expresión (dentro o entre los lenguajes natural, diagramático, tabular, simbólico) y también otros problemas que persiguen la generación de nuevos objetos intensivos (generalización) o, simplemente, a la identificación y aplicación de objetos intensivos (reconocimiento de la generalidad). Esta manera de concebir el razonamiento algebraico comparte con Blanton et al. (2018) o Radford (2018), el papel esencial de razonar sobre la generalidad, percibir la estructura algebraica a partir del estudio de las relaciones en las operaciones, y el estudio del cambio entre las cantidades involucradas (Godino et al., 2014). Además, logra dar continuidad y articular el álgebra con el resto de contenidos matemáticos: aritmética, geometría, medida y estocástica. En efecto, siempre que se reconozca la presencia de objetos intensivos en una práctica matemática, es posible atribuirle cierto carácter algebraico, tanto si el intensivo se expresa de manera simbólica como si no. Esto permite distinguir la actividad aritmética (aquella que no incorpora ningún rasgo algebraico) y considerar formas proto-algebraicas de razonamiento, en las que se reconoce la intervención emergente de objetos intensivos en forma progresivas de generalidad y representación, no necesariamente alfanumérica, coincidiendo con la idea de zona de emergencia del pensamiento algebraico de Radford (2018).

2.2. Creación de problemas con finalidad didáctica

Aunque diferentes autores han dado distintas denominaciones a la actividad de crear problemas, en esencia supone tanto la formulación de nuevas situaciones como la reformulación de problemas dados. Para determinar qué supone crear un problema matemático, es importante precisar los elementos que lo caracterizan. Según Malaspina et al. (2019) estos son: a) la *información*, es decir, los datos cuantitativos o relacionales que se dan en el problema; b) el *requerimiento*, lo que se pide que se encuentre, examine o concluya (puede ser cuantitativo o cualitativo, incluyendo gráficos y demostraciones); c) el *contexto* (intra o extra-matemático) que determina el ambiente o escenario que da pie a la actividad matemática, y d) el *entorno matemático* o estructura matemática que engloba los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema, sus propiedades y relaciones.

Basándose en estos elementos, y en la revisión de modelos que categorizan las diferentes tareas de creación de problemas como Cai y Jiang (2017) y Stoyanova y Ellerton (1996), Burgos, Tizón-Escamilla et al. (2024) proponen las siguientes categorías de creación de problemas:

- *Elaboración libre o sin estructura*. No hay una situación-problema (estructurada) de partida y no se incluyen indicaciones, pautas o restricciones sobre los componentes (contexto, entorno, información, requerimiento) del nuevo problema.
- *Elaboración semiestructurada*. No hay una situación-problema base, pero se incluye información o restricciones sobre los elementos del nuevo problema.
- *Elaboración estructurada o variación*. Se plantea un problema basándose en uno previo, de manera que son conocidos los diferentes elementos (contexto, información, requerimiento y entorno matemático). Se considera dentro de la categoría de elaboración estructurada, modificar la información, cambiar el requerimiento, intercambiar información y requerimiento, añadir nueva información o plantear nuevas preguntas.

La competencia del profesor para identificar y describir las prácticas implicadas en la actividad matemática, y reconocer los objetos y procesos matemáticos que en ellas intervienen (en particular, aquellos de naturaleza algebraica) son fundamentales en la creación de problemas con fines didácticos (Burgos, Tizón-Escamilla et al., 2024). Recíprocamente, la creación de problemas con un propósito didáctico sirve de medio para desarrollarla, pues en dicho proceso se requiere: reflexionar sobre la estructura global del problema (lo que persigue y si la información facilitada es suficiente para resolverlo); analizar las posibles formas de resolverlo, los objetos y procesos matemáticos implicados y cómo se relacionan (estructura matemática); y reconocer las posibles dificultades que se pueden encontrar los estudiantes y cómo abordarlas en el planteamiento de nuevas situaciones.

3. METODOLOGÍA

El estudio se enmarca en una investigación descriptiva de enfoque cualitativo y de carácter exploratorio. La muestra utilizada es no aleatoria, con selección intencionada atendiendo a la disponibilidad de los docentes en formación.

3.1. Contexto de la investigación

La experiencia formativa se implementó con 64 estudiantes de tercer curso del Grado de Educación Primaria en una universidad española. Tuvo lugar en el contexto de una asignatura cuyo objetivo principal es el análisis, diseño y evaluación de secuencias de tareas para los diferentes contenidos matemáticos que contempla el currículum español vigente.

Figura 1. *Trayectoria didáctica implementada*

Sesión 1	Análisis de prácticas matemáticas	• Prácticas matemáticas • Objetos y procesos matemáticos
Sesión 2	Análisis de tareas matemáticas escolares	• Tarea matemática escolar • Características de una tarea: entorno matemático, finalidad, grado de complejidad, dificultades de resolución, recursos materiales-temporales
Sesión 3	Análisis de tareas matemáticas escolares	• Análisis de prácticas, objetos y procesos en la solución de tareas matemáticas escolares
Sesión 4	Creación de tareas matemáticas	• Elementos de una tarea: contexto, entorno, requerimiento, información • Formas de crear tareas matemáticas: libre, semiestructurada, estructurada • Finalidad didáctica en la creación de tareas matemáticas.
Sesión 5	Sentido algebraico	• Razonamiento algebraico escolar • Objetos y procesos algebraicos • Tareas para desarrollar el razonamiento algebraico según enfoques del álgebra temprana: aritmética generalizada, equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones, funciones.
Sesión 6	Creación de tareas matemáticas	• Elaboración estructurada y semiestructurada de tareas en contexto aritmético, geométrico, probabilístico • Finalidad didáctico-matemática epistémica: desarrollar el razonamiento algebraico

La acción se desarrolló durante 6 sesiones. En la Figura 1 se describe la trayectoria didáctica implementada y la formación recibida en las diferentes sesiones. Las sesiones son de dos tipos: a) teórico-prácticas (dos horas de duración, gran grupo) en las que se presentan y ejemplifican los contenidos teóricos descritos en la Figura 1; b) prácticas (una hora, distribución en 13 equipos de 4 o 5 miembros) en las que los estudiantes trabajan sobre consignas facilitadas por el profesor como continuidad al trabajo teórico-práctico previo. Como se observa en la Figura 1, los estudiantes habían recibido formación previa en la creación de problemas, para desarrollar tanto el sentido algebraico como los sentidos numéricos, de la medida o estocástico. En clase se les había mostrado ejemplos de problemas en cada uno de los enfoques del álgebra temprana.

En este artículo se presentan parte de los resultados derivados de la tarea propuesta (Figura 2) en la última sesión práctica, dedicada al análisis y creación de problemas para desarrollar el razonamiento algebraico en estudiantes de primaria.

3.2. Instrumento de recogida de datos y metodología de análisis

En la Figura 2 se incluye la situación planteada a los futuros docentes con la que se pretendía que crearan problemas por variación de algunas situaciones, tanto en el entorno aritmético como geométrico.

Figura 2. *Tarea de creación de problemas por variación para desarrollar razonamiento algebraico*

Crea por variación de las siguientes situaciones, problemas que fomenten el razonamiento algebraico. Para cada problema creado:

- Resuélvelo.
- Justifica los aspectos del razonamiento algebraico que permite desarrollar.
- Indica los objetos y procesos algebraicos implicados.

Situación A. *Compara los resultados:*

a) $250 + 345 + 150$ y $345 + 400$

b) $(1525 \times 44) \div (22 \times 2)$ y $1000 + 425 + 100$

Situación B. *Calcula el término que falta:* 565-139=□

Situación C. Considera los siguientes polígonos:

a) ¿Cuántos lados tiene cada polígono? ¿Cuántas diagonales tiene cada uno de ellos?

b) ¿Cuál es el mínimo número de lados que puede tener un polígono? ¿Y de diagonales?

Dado que los problemas debían fomentar el razonamiento algebraico en estudiantes de educación primaria, además de resolverlo se pedía que justificaran los aspectos del razonamiento algebraico que permitían desarrollar y que ya habían estudiado previamente (aritmética generalizada, ecuaciones, inecuaciones y expresiones, funciones, razonamiento estructural), reconociendo los objetos (relaciones, operaciones y sus propiedades, funciones, estructuras) y procesos (generalización, representación y cálculo sintáctico) implicados.

Para cada problema creado por los estudiantes analizamos:

1. *Su significatividad*. Un problema se considera *significativo* si el enunciado propuesto establece realmente un problema matemático, y se identifican claramente los elementos que lo caracterizan. En particular, la solución no está implícita en el enunciado, es posible responder al requerimiento con la

información dada, su redacción es clara y no presenta ambigüedad. Un problema se considera *parcialmente significativo*, si falta claridad en su redacción o incluye más información de la necesaria que, si bien no impide responder al requerimiento, puede dificultar la comprensión por parte de los estudiantes. En otro caso, se considera *no significativo* (su redacción es confusa y su requerimiento no es claro, la solución está implícita o faltan datos que permita resolverlo).

2. *Si es variación de la situación de partida y de qué tipo*. Un problema se considera variación del problema inicial si comparte con este alguno de sus elementos: contexto, información, requerimiento y entorno. Las variaciones se clasifican atendiendo a cuáles de estos elementos modifican y qué tipo de problemas generan.

3. *Si fomenta el razonamiento algebraico*. Para ello identificamos los objetos algebraicos de carácter estructural (propiedades de operaciones, equivalencias, cantidades desconocidas o indeterminadas) y de carácter funcional (relaciones de cambio, patrones), así como las representaciones y trasformaciones requeridas para su resolución.

Se aplicó el análisis de contenido sobre los informes elaborados por los equipos. Este análisis se desarrolló de manera independiente por los autores del trabajo y después se contrastaron resultados: se unificaron categorías emergentes de tipos de situaciones problemas, se contrastaron objetos y procesos algebraicos encontrados y se comparó la valoración de la significatividad. Se contaba con un colaborador externo con el que poder discutir las disparidades encontradas si no había consenso entre los autores.

El análisis de las soluciones propuestas por los futuros docentes nos permite, además de valorar su competencia para resolver los problemas elaborados, reconocer si el enunciado que aparece en su informe responde realmente al problema que pretendían crear. Finalmente, se analizan los aspectos del álgebra escolar atribuidos a los problemas creados con relación a los objetos y procesos identificados por los docentes en formación.

4. RESULTADOS

En la Tabla 1 se resumen los grados de significatividad y los aspectos del razonamiento algebraico que permitían desarrollar los problemas propuestos por variación de las situaciones dadas.

Tabla 1. *Significatividad y razonamiento algebraico implicado en los problemas por variación*

	Total de problemas por variación	Significatividad			Aspectos del razonamiento algebraico				
		No	Parcial	Si	Ninguno	Aritmética generalizada	Expresiones, (Des)igualdad	Ecuaciones	Funciones Estructura
Sit A	12	2	3	7	3	7*	6*	2	-
Sit B	10	0	0	10	2	2	1	5	-
Sit C	10	0	8	2	7	-	-	-	3

Seis equipos crearon problemas con varios apartados que correspondían a los aspectos de aritmética generalizada y de expresiones y (des)igualdades, razón por la que el número de problemas creados por variación de la situación A es superior a 12 (marcado con * en la Tabla 1). E9, creó únicamente dos problemas, ambos parcialmente significativos uno correspondiente al área de la aritmética generalizada, y el otro sobre patrones geométricos, que no eran variación de ninguna de las situaciones propuestas (tampoco los consideró como tales). En el caso de la situación B, además de E9, E5 propuso un problema significativo, pero no por variación (simplificar una expresión algebraica) y E7 no creó ningún problema en este apartado. En la última situación, E4 y E7 no propusieron ningún problema.

4.1. Situación A

Las situaciones-problema creadas por los futuros docentes como variación de la situación A, respondieron a las siguientes categorías:

– Situaciones en contexto intra-matemático que requerían *comparar resultados de operaciones con números o cifras desconocidas*. Los números desconocidos se representaban con símbolos literales mientras que las cifras desconocidas solían ser formas geométricas o signos (por ejemplo, asteriscos, como muestra la Figura 3). Las situaciones propuestas en esta categoría (5 de los 12 problemas propuestos), se vinculaban a la aritmética generalizada y las expresiones. Los futuros docentes pretendían motivar el uso de propiedades y relaciones en lugar del cálculo aritmético, enmascarando completamente sumandos o algunas cifras de estos.

En los problemas como el que aparece en la Figura 3, era frecuente que la respuesta al apartado a) fuera "es lo mismo para todo valor del símbolo literal". En cambio, cuando modificaban el apartado b) el símbolo que reemplazaba al factor que multiplica y divide se convertían en un número generalizado, mientras que el dígito enmascarado sólo tenía un valor posible para que ambas operaciones tuvieran el mismo resultado.

Figura 3. *Problema propuesto por E4 a partir de situación A. Aritmética generalizada y expresiones*

Situación. Compara los resultados:

a) $250 + a + 150$ *y* $a + 400$

b) $(* 525 \times b) \div b$ *y* $*000 + 425 + *00$

Resuélvelo:

a) $250 + a + 150$ *y* $a + 400$

Sabiendo que el resultado de ambas operaciones es el mismo y que a es lo mismo, a puede ser cualquier número que al sumarlo las dos operaciones tengan el mismo resultado. Es decir, queremos que $a = 10, 250 + 10 + 150 = 410$ y $10 + 400 = 410$. En definitiva, el valor de a puede ser cualquier número.

b) $(* 525 \times b) \div b$ *y* $*000 + 425 + *00$

Sabiendo que todas las cifras que tienen * tendrán el mismo número, que b es una cifra y que el resultado de ambas operaciones deberá ser el mismo. En primer lugar, sabemos que el número que se oculta debajo de * no puede ser ni el 5, 2, 0 o 4.

Si ponemos como valor de *=1 y de b=75, (1525×75) /75= 1525 y 1000+425+100=1525. Por lo tanto, tenemos el valor de * que es 1. Si queremos poner otro valor a $b = 98$, siendo *=1, volveremos a obtener en ambas operaciones el mismo resultado, ya que a una cantidad le estamos multiplicando un número el cual, su resultado lo vamos a dividir posteriormente, pues se obtendría la cantidad inicial. En definitiva, b puede ser cualquier número.

Si ponemos *=3, los resultados de cada operación serían (3525×75)/75=3525 y 3000+425+300=3725, por lo tanto no se podría. Lo mismo ocurriría con otro valor que no fuera 1, pues estaríamos obteniendo otro resultado, siendo el de la segunda operación una cifra mayor.

– Situaciones en contexto intra-matemático que solicitaban *comprobar la veracidad de identidades algebraicas*. En dos casos, los futuros docentes transformaban las operaciones de la situación A para generar identidades sobre las decidir su veracidad. Este fue, por ejemplo, el caso del problema creado por E10 incluido en la Figura 4 en el ámbito de la aritmética generalizada y la equivalencia.

Figura 4. *Problema significativo creado por variación de la situación A (E10). Aritmética generalizada y equivalencia*

¿Estas expresiones son siempre ciertas? Justifica tu respuesta.
a) $\mathbf{250 + \boldsymbol{a} + 150 = \boldsymbol{a} + 400}$
b) $\mathbf{(\boldsymbol{b} \times 44) : (22 \times 2) = \boldsymbol{b}}$

– Situaciones en contexto intra-matemático que planteaban *ecuaciones*. En esta categoría, los futuros docentes plantearon ecuaciones aritméticas en las que las constantes eran cantidades que aparecían en la situación A de partida, de manera que para resolverlas se aplicara la propiedad conmutativa. Por ejemplo, E11 propuso $250 + x + 150 = 745$ y $x + 400 = 745$, sin pedir que se relacionara la una con la otra.

- Situaciones en contexto *extra-matemático*. En un caso se trataba de un problema aditivo y en otros dos implicaban comparar resultados de operaciones aritméticas (modificaban las cantidades que aparecían en la situación de partida, pero no la estructura). Por ejemplo, E2 propuso el siguiente problema como variación de la situación A, apartado a):

> En un bosque vallado hay 250 perales, 345 pinos y 150 manzanos. En otro bosque hay 345 perales y 400 manzanos. ¿En qué bosque hay más árboles? Una vez obtenidos los resultados, compáralos y saca una conclusión.

Los datos en el problema procedían de las cantidades numéricas incluidas en el enunciado de partida. E2 indicaba "hemos elaborado un enunciado mediante las operaciones que nos ofrecían. Hemos usado conceptos cercanos al niño para que los vea contextualizados y les sea más fácil crear relaciones entre ellos**".** Esperaban que los alumnos operaran y comparan después los resultados para apreciar la igualdad. Sin embargo, esto no motiva ningún aspecto del razonamiento algebraico.

En situaciones como la ejemplificada en la Figura 3, aparece involucrada la estructura de los números naturales, las operaciones aditivas y multiplicativas y las propiedades de estas. Comparar los resultados supone establecer una relación de igualdad entre las expresiones en base a la reflexión sobre dicha estructura. En el caso de problemas como el planteado en la Figura 4, el signo igual aparece en su significado relacional. Se espera que el alumno decida la validez de las expresiones, en las que a y b actúan como números generalizados y vuelven a usarse las propiedades de la estructura aritmética de los números naturales (asociativa y conmutativa en suma, elemento neutro en producto) y la compatibilidad de la igualdad con la suma.

Los futuros docentes resolvieron correctamente seis de los 10 problemas parcial o totalmente significativos, no lo resolvieron en un caso y en otros dos la solución era incorrecta, atendiendo al requerimiento del enunciado propuesto. Esto último sucedió en situaciones de aritmética generalizada que después resolvieron como si se tratara de ecuaciones. Por ejemplo, E4 al resolver su problema (Figura 3) asumió en ambos casos que el resultado de las operaciones era el mismo sin probarlo (no atendía a propiedades ni a la estructura), y no justificó por qué 1 era el único valor posible para *. En los problemas no significativos, resolverlos no permitió a los equipos E12 y E13 identificar que la solución estaba implícita en el enunciado (por ejemplo, comparar resultados de dos operaciones en las que se proporciona el resultado de cada una) o era irresoluble (solicitaba comparar en el requerimiento, pero solo se daba una expresión para ello, por lo que en su resolución se limitaban a dar diferentes valores al símbolo).

4.2. Situación B

El paso de lo aritmético a lo proto-algebraico supone reconocer que en la situación B el significado del signo igual es operacional, y plantear una situación en la que su significado sea relacional. Para esta situación, la mayoría de los problemas creados por variación plantearon una ecuación de tipo aritmético, es decir, aquellas del tipo $\boldsymbol{Ax} + \boldsymbol{B} = \boldsymbol{C}$. En dos casos, el valor desconocido seguía siendo el mismo y se representaba con el mismo icono, pero se transformaba la situación para que apareciera sumado a una constante dada (Figura 5).

Figura 5. *Problema significativo creado por variación de la situación B (E4). Ecuaciones*

Resuélvelo.

139+□=565

Solución.

Lo que habría que averiguar ahora es uno de sus sumandos, conociendo uno de ellos y el resultado de la operación. En este caso habría que restar el resultado de la operación con el del primer sumando. Es decir, 565-139= 426.

En otros dos casos, el valor desconocido cambiaba y se mantenía la estructura de la expresión (Figura 6).

Figura 6. *Problema significativo creado por variación de la situación B (E10). Ecuaciones*

Situación

¿Qué término falta? ¿Por qué?

565 - a = 426

Resolución:

La letra "a" equivale a 139, ya que es el número que debemos restarle a 565 para obtener 426. Para obtenerla, podemos pasar la a al lado derecho y el 426 al lado izquierdo de la igualdad, cambiando sus signos, de manera que: 565 - 426 = a. Resolviendo esta operación, obtenemos el valor de a, 139.

Además, E3 creó un problema de enunciado verbal que involucraba una ecuación: “Si el resultado de restar un número desconocido a 565 es igual a 139, ¿cuál es ese número desconocido?”. En este caso, los futuros docentes reconocieron que la situación de partida sólo requería tratamiento aritmético, y que el cambio motivaba la aparición de incógnitas. Por ejemplo, E3 apuntó:

> En la situación 2 se proporcionan dos valores numéricos y se solicita que se calcule el término que falta en la operación de resta (habilidades de cálculo y razonamiento numérico). Sin embargo, en el problema creado se proporciona una situación y se solicita que se encuentre el número desconocido (habilidades de álgebra, ya que implica la manipulación de ecuaciones y la resolución de una incógnita).

Los problemas creados por variación para fomentar la aritmética generalizada fueron similares a los formulados a partir de la situación A: transformaban la expresión en una identidad donde alguno de los sumandos tenía dígitos desconocidos o preguntaban por el símbolo con el que completar 565 □ 139 = 426 para que fuese válida, destacando la necesidad de analizar las propiedades de las operaciones, en particular, aquellas que producían “una disminución, que serían división o resta, en este caso sería resta” (E11).

En estos casos (Figura 5, Figura 6) el signo igual tiene significado relacional y no como operador. Se plantean ecuaciones de tipo aritmético pues se resuelven invirtiendo el orden de las operaciones con números naturales.

Todos los equipos resolvieron correctamente los problemas propuestos a partir de la Situación B.

4.3. Situación C

En las situaciones-problema creadas como variación de la situación C, los futuros docentes plantearon de forma combinada algunos de los siguientes requerimientos:

- *Identificar o reconocer elementos o propiedades en los polígonos*. Se pide que se determinen o reconozcan elementos como lados, diagonales, vértices o ángulos. Este tipo de requerimiento se plantea en 8 de las 10 situaciones propuestas como variación de la de partida. Un ejemplo se muestra en la Figura 7.

  Se trata de un problema en el que se pretende que los estudiantes identifiquen propiedades y comparen características de los polígonos dados. Este problema es considerado parcialmente significativo ya que la información resulta ambigua (podría tratarse de un único trozo de cuerda para “acotar” las zonas). Además, ninguno de los requerimientos planteados fomenta el razonamiento algebraico de los estudiantes. No se generaliza y aunque se reconozca o exploren las propiedades de los polígonos, no se razona más allá de las instancias particulares.

Figura 7. *Problema parcialmente significativo variación de C (E8)*

Martina (rojo), Pablo (verde) y Migue (azul) están acotando con trozos de cuerdas de colores, diferentes zonas del patio para plantar flores. Sus acotaciones han quedado así:

a) ¿Quién ha necesitado más trozos de cuerdas y cuántos han sido?

b) ¿Qué diferencias y semejanzas tienen las parcelas de cada uno?

c) Sabiendo lo que es una diagonal, ¿cuántas diagonales puede realizar en su parcela cada niño?

d) Si tuvieses que trazar con cuerda una parcela con el mínimo número de trozos de cuerda, ¿cuántos trozos de cuerda tendría tu parcela?

– *Relacionar propiedades de polígonos*. En dos problemas, se solicitaba al estudiante determinar el número de diagonales a partir del número de lados y aplicarlo para determinar el número mínimo de lados y diagonales de un polígono, fomentando el razonamiento algebraico a través de la generalización y las relaciones funcionales. Por ejemplo, E3 planteó el problema incluido en la Figura 8.

Figura 8. *Problema parcialmente significativo variación de C (E3)*

a) Considerando que "n" son los lados de cada polígono, calcula las diagonales de cada uno de ellos usando la variable.

b) A raíz de los cálculos anteriores, razona el mínimo número de lados y diagonales que puede tener un polígono a nivel general.

El problema se considera parcialmente significativo dado que el requerimiento es ambiguo, con relación al tratamiento algebraico que pretende. En el apartado a) se espera (así se observa en su solución) que el alumno obtenga la regla general $\frac{\boldsymbol{n(n-3)}}{\mathbf{2}}$ que determina el número de diagonales en función del número de lados (la "variable" $\boldsymbol{n}$) y se particularice al caso $\boldsymbol{n = 3, n = 4, n = 5}$. En el apartado b) se debe a recurrir a esta fórmula para reconocer que cuando $\boldsymbol{n = 3}$, el cociente es cero (valor mínimo). En el segundo de los problemas, E12 también incluyó como requerimiento la obtención de dicha regla general.

– *Clasificar o construir polígonos a partir de una propiedad.* El problema solicitaba clasificar polígonos según sus lados o diagonales o por su regularidad (en este caso distintos a los dados en la situación C) o construir un polígono con el menor número de lados o diagonales (Figura 9).

Figura 9. *Problema parcialmente significativo variación de la Situación C (E2)*

Observa las figuras de la imagen. Son polígonos, cada uno formado por un número de lados (segmentos que unen los vértices de la figura) ¿Cuántos lados tiene cada figura? La línea imaginaria que une los vértices enfrentados se denomina diagonal, sabiendo esto, ¿Cuántas tiene cada figura? ¿Hay algún polígono que no tenga diagonales? ¿Por qué? Dibuja con el menor número de lados, un polígono. Ahora hazlo con el menor número de diagonales. ¿Qué conclusión sacas de esto?

Solución

a) El triángulo posee 3 lados, el cuadrilátero tiene 4 lados y el pentágono irregular 5 lados. El número de lados es igual al número de vértices. El triángulo no tiene diagonales ya que no tiene vértices enfrentados. El cuadrilátero tiene dos diagonales (ya que tiene dos vértices enfrentados) y el pentágono irregular posee cinco diagonales (ya que uniendo sus vértices enfrentados podemos obtener cinco líneas)

b) Para crear un polígono necesitamos 3 líneas rectas o segmentos que se unan entre sí, por lo que el número mínimo de lados para crear esta figura plana es 3, por lo tanto, dibujaremos un triángulo. Como hemos visto en el ejercicio anterior, un triángulo no tiene diagonales, por lo que, la figura con menor número de diagonales sería un cuadrilátero (que tiene 4 lados y por tanto 2 diagonales).

La conclusión a la que se llega es que a mayor número de lados y por tanto, vértices, mayor número de diagonales. Exceptuando los triángulos, que no tiene lados enfrentados.

Se observa, en este caso, que, mientras que la primera parte de la situación se centra en la identificación de propiedades de los polígonos, es en la segunda parte cuando se requiere dibujar el polígono con menor número de lados y diagonales.

- *Descomponer polígonos*. En dos casos, se perseguía obtener nuevos triángulos descomponiendo cuadrilátero y pentágono a través de sus diagonales, mientras que, en otros dos, esta descomposición se empleaba después para determinar su área o perímetro. Por ejemplo, E10 varió la situación C añadiendo nuevos requerimientos:

> ¿Cómo calcularías el área de un polígono determinado a partir de las diagonales del mismo? ¿Y su perímetro? (puedes apoyarte en los polígonos de ejemplo que se muestran).

Solo en uno de los casos el problema fomentaba el razonamiento algebraico, involucrando la comparación de áreas de figuras geométricas y el razonamiento estructural. El pensamiento relacional en estos casos excede del campo de la aritmética, y, en el sentido de Skemp (1976), lleva a ver o generalizar el número de diagonales con relación al número de lados de los polígonos a partir de su estructura.

Algunos de los problemas variación de la situación C considerados como parcialmente significativos planteaban preguntas ambiguas o incluían en la información propiedades incorrectas o confusas, por ejemplo, la definición de diagonal como "línea imaginaria que une vértices enfrentados" (Figura 9). La mayoría de los equipos (todos salvo E10) que crearon problemas por variación de la situación C los resolvieron de manera correcta (en cuatro casos) o parcialmente correcta (en seis casos). El análisis de sus soluciones nos ha permitido reconocer deficiencias en el conocimiento matemático sobre los polígonos. Por ejemplo, confundieron ángulos internos y ángulos externos, extendieron al caso de polígonos no regulares la relación entre la suma de los ángulos de un polígono y la medida de cada uno de sus ángulos (E5), asumieron que cuanto mayor es el número de lados de un polígono, mayor el perímetro o el área (E10), o que si el perímetro es mayor, también lo es su área (E11), o consideraron que un polígono de n lados $(\boldsymbol{n \geq 3})$ no tiene por qué tener necesariamente $\frac{\boldsymbol{n(n-3)}}{\boldsymbol{2}}$ diagonales, sino que esta es la cantidad "máxima posible" (E12). En otros casos dieron orientaciones sobre cómo responder al enunciado sin precisar que asumían una información conocida no facilitada en el enunciado, frecuentemente las medidas de los lados (por ejemplo, E10 pretendía que se determinase el área y el perímetro de un polígono sólo a partir de sus diagonales).

4.4. Percepción de los estudiantes sobre el razonamiento algebraico

Los equipos identificaron, en general, de manera correcta o parcialmente correcta los aspectos del razonamiento algebraico implicados en los problemas creados por variación de la situación A. Mencionaron la aritmética generalizada en ocho de los problemas, combinada con expresiones algebraicas en seis de ellos. Sin embargo, esta identificación fue incorrecta en tres problemas que no fomentan este ni ningún otro aspecto del razonamiento algebraico. Tanto cuando lo identificaron de manera correcta como cuando lo hicieron inadecuadamente, se basaron en la presencia de objetos propios de este enfoque: las operaciones y sus propiedades. Por ejemplo, el equipo E4 que había propuesto el problema incluido en la Figura 3, justificó que su problema implicaba la aritmética generalizada y las expresiones como sigue

> los números y las operaciones con los números se emplean como contexto para desarrollar el razonamiento algebraico. El alumno debe […] estar en contacto con expresiones simbólicas y comprender los roles y significados de los símbolos [...] Tendrá que entender las operaciones y expresiones aritméticas como objetos.

Además, indicó como objetos "operaciones y sus propiedades, pues serán necesarias para descifrar los números en cada símbolo". La justificación de E10 a por qué su problema (Figura 4) motivaba la aritmética generalizada y el trabajo con expresiones y equivalencia, añadía "la visión de las expresiones algebraicas (entender las operaciones y expresiones aritmética como objetos; concebir las expresiones como totalidades que pueden ser comparadas o igualadas)."

E2, que había propuesto una situación extra-matemática (problema de enunciado verbal) como variación del apartado a) de la situación A, la vinculó al enfoque de la aritmética generalizada considerando que implicaba operaciones y sus propiedades ("donde se pueden aplicar distintas propiedades como la conmutativa"), si bien el tratamiento era únicamente aritmético.

Cuando las situaciones implicaban ecuaciones, las identificaron de manera correcta, señalando como objetos relaciones binarias, operaciones y propiedades y como procesos sustitución, transformación o simbolización. En los demás casos, además de simbolización (representación simbólica) indicaron como procesos algebraicos transformación y generalización, si bien no aparecían implicados. Este hecho parece indicar que los futuros docentes asumieron que ambos son procesos intrínsecos al razonamiento algebraico y, por tanto, no reflexionaron sobre su puesta en juego. Trabajar con cantidades generales no es lo mismo que generalizar, lo que muestra que quizás la visión de los futuros docentes sobre el proceso de generalización no era suficientemente clara.

En la variación de la situación B, los futuros docentes reconocieron correctamente el aspecto ecuaciones cuando esas estaban involucradas en sus propuestas, identificando como objetos relaciones binarias (detallando en algunos casos la de igualdad) y sus propiedades, así como también las propiedades de las operaciones que consideran necesarias en los procesos señalados de transformación/cálculo sintáctico ("se utilizan las propiedades de la adición y la igualdad para simplificar y manipular expresiones algebraicas," E13). También reconocieron correctamente, como lo habían hecho en la situación A, cuando sus situaciones motivaban la aritmética generalizada. Cuando no aparecía implicado razonamiento algebraico (dos problemas verbales aditivos) se señalaron como aspectos aritmética generalizada, en base nuevamente a la necesidad de operar con números, y ecuaciones. La identificación de procesos fue, en su mayoría incorrecta, considerando como antes la generalización como "proceso por defecto" en problemas algebraicos.

Finalmente, en la situación C, nueve equipos indicaron el pensamiento estructural como aspecto del razonamiento algebraico implicado, si bien esté solo aparecía en tres propuestas. De los tres equipos que propusieron un problema que implicaba tipos, elementos y propiedades de los polígonos, dos sin embargo indicaron como objetos algebraicos "operaciones y sus propiedades". Además, E3 había indicado "pensamiento funcional", señalando que su problema (Figura 8) requería obtener la relación entre el número de lados y el número de diagonales de un polígono (Figura 10).

Figura 10. *Análisis de E3 de los aspectos algebraicos involucrados en su problema*

Además, se trabaja el pensamiento funcional (se busca encontrar una relación funcional entre el número de lados y el número de diagonales en un polígono) y el pensamiento estructural (al analizar el número de lados y diagonales de diferentes polígonos se estudian las propiedades y relaciones entre ellos.

En el caso contrario, E2 que había propuesto el problema incluido en la Figura 9 como variación de la situación C, justificó que el problema motivaba el pensamiento estructural identificando como objetos algebraicos las relaciones binarias y como procesos algebraicos la generalización (Figura 11). Sin embargo, el problema no implicaba generalización, transformación o justificación en base a estructuras generales, sino sólo en base a los casos particulares implicados.

Figura 11. *Identificación de aspectos del razonamiento algebraico y objetos y procesos algebraicos del problema propuesto por E2*

Aspectos del razonamiento algebraico:

- Pensamiento estructural (estudio de relaciones, propiedades): Pues para la realización de este ejercicio es necesario reconocer los elementos y propiedades de los polígonos antes de memorizar alguna regla o fórmula para la identificación de los mismos. Además es necesario identificar propiedades generales e irlas concretando en situaciones particulares (polígonos regulares/irregulares, triángulos/cuadriláteros…)

Objetos algebraicos:

- Relaciones binarias: ya que en el ejercicio se utilizan estas relaciones, para definir nuevos conceptos matemáticos, a partir de los cuales podemos comprender lo que es un lado y un vértice, llegando a definir también, la diagonal.

Procesos algebraicos:

- Generalización: pues, el alumno hace explícito el criterio o regla que se aplica para identificar los elementos de un polígono. Por ejemplo, si un polígono tiene 4 vértices, 2 de ellos van a estar enfrentados y por lo tanto, encontramos 2 diagonales.

La mayor dificultad para crear problemas significativos que motivaran razonamiento algebraico como variación de la situación C se observó también en la identificación de objetos y procesos, que resultó incorrecta salvo en un caso en el que sí aparecía implicado el pensamiento estructural. Se mencionaron nuevamente operaciones y sus propiedades, y relaciones binarias (como en la Figura 11) mostrando una concepción errónea de lo que son estas.

Estos resultados revelan que, aunque los futuros docentes puedan tener cierta intuición sobre los objetos algebraicos y cómo aparecen según los diferentes enfoques del álgebra temprana, necesitan recurrir a una descripción genérica experta y externa para justificar que sus problemas implican dichos aspectos del razonamiento algebraico.

5. Reflexión final

En este trabajo hemos analizado las respuestas de un grupo de futuros docentes de educación primaria a una tarea en la que se pedía crear mediante variación de tres situaciones diferentes problemas que potenciaran el razonamiento algebraico, así como identificar los aspectos, objetos y procesos algebraicos involucrados en sus propuestas. Los resultados obtenidos nos han permitido profundizar en las dificultades que los docentes en formación presentan tanto para crear problemas significativos en función del entorno de partida como para identificar los rasgos propios del álgebra elemental que involucra su resolución.

Los futuros docentes tuvieron, en su mayoría, éxito al crear problemas significativos que fomentaran el razonamiento algebraico partiendo de situaciones intra-matemáticas en entorno aritmético (A y B). Estos resultados mejoran los de Zapatera y Quevedo (2021) y Burgos y Godino (2022), estando en línea con los obtenidos por Burgos et al. (2025), si bien ambos trabajos se centraron en la variación de problemas de proporcionalidad para desarrollar el razonamiento algebraico. A pesar de haber seguido una trayectoria didáctica análoga a la de Burgos et al. (2025), en la experiencia descrita en este trabajo optamos por partir de situaciones intra-matemáticas, frecuentes en los libros de texto escolares y que el docente puede adaptar para trabajar aspectos del álgebra temprana en sus prácticas.

Aunque las situaciones de partida A y B compartían el entorno aritmético, la diferencia en su requerimiento propició que los docentes en formación las modificaran para trabajar diferentes aspectos del álgebra temprana. En la situación A, centrada en la comparación de operaciones aritméticas, la mitad de los problemas creados por variación implicaban en su solución comparar expresiones o comprobar la veracidad de identidades que involucraban las operaciones de suma y multiplicación con números naturales y sus propiedades, en las que aparecían cantidades desconocidas, por lo que fomentaban de manera conjunta la aritmética generalizada y las expresiones y equivalencia. En cambio, ante la situación B, que demandaba resolver una operación aritmética, la mitad de los futuros docentes crearon problemas que implicaban la resolución de una ecuación aritmética, pasando del significado operacional del signo igual al relacional. En ambas situaciones, la mayoría de los futuros docentes identificaron estos aspectos en su análisis, así como los objetos y procesos algebraicos implicados en sus resoluciones, resultado similar al obtenido por Burgos et al. (2025) y que mejora los observados por Burgos y Godino (2022).

Mayores fueron las limitaciones encontradas al crear problemas como variación de la situación C. La mayoría de los problemas propuestos presentaban ambigüedades o incorrecciones en su formulación, y solo unos pocos cumplían con la finalidad didáctico-matemática propuesta, esto es, fomentar el razonamiento algebraico. Estos resultados están en línea con investigaciones previas que advierten de las dificultades de futuros docentes para crear problemas adaptados a un cierto nivel educacional y que involucren un contenido geométrico dado (Mallart et al., 2018), que contribuyan al desarrollo del pensamiento geométrico (Erdogan, 2020) o fomenten el razonamiento proporcional en un entorno geométrico (Burgos, Chaverri et al., 2024). Detrás de ello puede estar el conocimiento limitado de los docentes en formación sobre contenidos geométricos. Estudios como los de Phelps, et al. (2020)

y Escolano et al. (2012) evidencian que los docentes en formación muestran un menor agrado y mayor nivel de dificultad ante conceptos y procedimientos geométricos frente a los aritméticos.

Esta investigación destaca la importancia de incorporar no solo la creación de problemas sino también su resolución en la formación docente. El análisis de las resoluciones de los problemas propuestos por los futuros docentes nos ha permitido identificar qué se pretendía demandar y qué aspectos del razonamiento algebraico estaban involucrados aun cuando el requerimiento del problema era ambiguo o no claro. En este sentido, complementar la creación de problemas con su resolución puede permitir al formador de docentes adquirir una mayor comprensión de la finalidad pretendida del problema propuesto y ayudar a sus estudiantes a mejorar su capacidad para crear problemas significativos.

Entendiendo el álgebra escolar desde una perspectiva amplia y transversal, consideramos que los docentes de matemáticas deben ser capaces de proponer a sus estudiantes problemas que promuevan el desarrollo de su razonamiento algebraico atendiendo a los diferentes aspectos que comprende y desde distintos entornos matemáticos. Los futuros docentes se encuentran más próximos a la aritmética generalizada y las ecuaciones. Sin embargo, crear problemas que desarrollen el razonamiento funcional o estructural, es más complejo, especialmente en el ámbito geométrico. Como consecuencia, creemos que es importante incorporar en los programas de formación la creación de problemas desde una amplia diversidad de situaciones (libres, semiestructuradas, estructuradas), entornos (aritmético, geométrico, de medida y estocástico) y contextos para potenciar una visión global de la enseñanza de las matemáticas, que entienda lo algebraico como elemento integrador y trasversal del currículo. La creación de problemas debe llevar a la reflexión sobre el potencial de las tareas para promover aprendizajes matemáticos significativos, lo que requiere de un trabajo coordinado sobre el análisis de las prácticas matemáticas esperadas.

Una de las limitaciones de este trabajo es el tamaño de la muestra de estudio. En futuras implementaciones se pretende incrementar el número de participantes, así como ampliar el tipo de situaciones propuestas a otros entornos matemáticos, como medida o probabilidad, con el fin de lograr una descripción más amplia y detallada de cómo los futuros docentes crean problemas matemáticos para potenciar el aprendizaje de sus estudiantes con relación al álgebra escolar.

Agradecimientos

Investigación realizada bajo el proyecto de investigación PID2022-139748NB-100 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ y FEDER.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Blanton, M. L., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., Stroud, R., Fonger, N. L. y Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice* (pp. 27-49). Springer.

Burgos, M., Chaverri, J. y Muñoz-Escolano, J. M. (2024). Problem posing in mathematics teacher training: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching Research Journal, 16*(4), 35-58.

Burgos, M. y Godino J. D. (2022). Assessing the Epistemic Analysis Competence of Prospective Primary School Teachers on Proportionality Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education, 20*, 367-389. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10143-0

Burgos, M., Tizón-Escamilla, N. y Chaverri, J. (2024). A model for problem creation: implications for teacher training. *Mathematics Education Research Journal*. https://doi.org/10.1007/s13394-023-00482-w

Burgos, M., Tizón-Escamilla, N. y Chaverri, J. (2025). Problem creation to articulate proportional and algebraic reasoning. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. https://doi.org/10.29333/iejme/15650

Cai, J. y Jiang, C. (2017). An analysis of problem-posing tasks in Chinese and US elementary mathematics textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education, 15*(8), 1521-1540.

Erdogan, F. (2020). Prospective Middle School Mathematics Teachers' Problem Posing Abilities in Context of Van Hiele Levels of Geometric Thinking. *International Online Journal of Educational Sciences, 12*(2), 132-152. https://doi.org/10.15345/iojes.2020.02.009

Escolano Vizcarra, R., Gairín Sallán, J. M., Jiménez-Gestal, C., Murillo Ramón, J. y Roncal Gómez, L. (2013). Perfil emocional y competencias matemáticas de los estudiantes del grado de educación primaria. *Contextos Educativos. Revista De Educación,* (15), 107-134. https://doi.org/10.18172/con.658

Godino, J. D., Aké, L., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias, 32*(1), 199-219. http://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.965

Harel, G. y Soto, O. (2017). Structural reasoning. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 3*(1), 225-242. http://doi.org/10.1007/s40753-016-0041-2

Hewitt, D. (2019). “Never carry out any arithmetic”: The importance of structure in developing algebraic thinking. En U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen y M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the 11th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 558-565). Freudenthal Group y Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

Kieran, C. (2022) The multi-dimensionality of early algebraic thinking: background, overarching dimensions, and new directions. *ZDM Mathematics Education, 54,* 1131-1150. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01435-6

Leavy, A. y Hourigan, M. (2020). Posing mathematically worthwhile problems: developing the problem-posing skills of prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 23*, 341-361. https://doi.org/10.1007/s10857-018-09425-w

Malaspina, U., Torres, C. y Rubio, N. (2019). How to stimulate in-service teachers' didactic analysis competence by means of problem posing. En P. Liljedahl, y L. Santos-Trigo (Eds.), *Mathematical Problem Solving* (pp. 133-151). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-10472-6_7

Mallart, A., Font, V. y Diez, J. (2018). Case study on mathematics pre-service teachers' difficulties in problem posing. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14*(4), 1465-1481. https://doi.org/10.29333/ejmste/83682

Phelps, G., Howell, H. y Liu, S. (2020). Exploring differences in mathematical knowledge for teaching for prospective and practicing teachers. *ZDM Mathematics Education, 52*, 255–268. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01097-x

Pincheira, N. y Alsina, A. (2021). El algebra temprana en los libros de texto de Educación Primaria: implicaciones para la formación docente. *Bolema, 35*(71), 1316-1337. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a05

Ponte, J. P. y Chapman, O. (2016). Prospective mathematics teachers' learning and knowledge for teaching. En L. D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed., pp. 275-296). Routledge.

Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice* (pp. 3-25). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_1

Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado, 52*, de 2 de marzo de 2022. https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/01/157/con

Schifter, D. y Russell, S.J. (2022) The centrality of student-generated representation in investigating generalizations about the operations. *ZDM Mathematics Education 54*, 1289-1302. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01379-x

Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching, 77*, 20-26.

Stoyanova, E. y Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education* (pp. 518-525). Mathematics Education Research Group of Australasia.

Yao, Y., Hwang, S. y Cai, J. (2021). Preservice teachers' mathematical understanding exhibited in problem posing and problem solving. *ZDM Mathematics Education, 53*, 937-949. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01277-8

Zapatera, A. y Quevedo, E. (2021). The Initial Algebraic Knowledge of Preservice Teachers. *Mathematics, 9*, 2117. https://doi.org/10.3390/math9172117