



## DESARROLLO PROFESIONAL DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN INFANTIL Y PRIMARIA: CONTRIBUCIONES DE UN CURSO DE FORMACIÓN CONTINUA SOBRE EL SENTIDO ALGEBRAICO

**Nataly Pincheira\*** 

*Universitat de Girona*  
nataly.pincheira@udg.edu

**Ángel Alsina** 

*Universitat de Girona*  
angel.alsina@udg.edu

**Yeni Acosta** 

*Universitat de Girona*  
yeni.acosta@udg.edu

**RESUMEN:** El objetivo de este artículo es indagar en torno al desarrollo profesional del profesorado de matemáticas de infantil y primaria a partir del diseño e implementación de un curso de formación continua sobre el sentido algebraico. Dicho curso se estructura en ocho sesiones mensuales de dos horas, en las que se presentan actividades y retos alineados con las principales líneas curriculares (relaciones, patrones, cambio, lenguaje algebraico y pensamiento computacional) y se implementa a partir del modelo de formación realista-reflexivo. Se adopta una metodología cualitativa basada en un estudio de casos múltiples, donde participan 13 docentes de infantil y primaria en activo. La recogida de datos se lleva a cabo mediante observación participante, registrando las interacciones y reflexiones de los docentes. Estos datos se analizan utilizando la técnica de análisis de contenido con un enfoque deductivo, basado en categorías previamente definidas y relacionadas con marcas de autorregulación que emergen de la literatura. Los resultados revelan que el curso ha promovido: a) procesos de deconstrucción de experiencias, creencias y conocimientos disciplinares y didácticos previos de los docentes sobre el sentido algebraico que pueden obstaculizar el desarrollo profesional; y b) procesos de co-construcción y reconstrucción sobre la naturaleza del sentido algebraico,

observándose una evolución en la comprensión crítica de este sentido. Dicha evolución se evidenció en la transformación de una percepción centrada en el simbolismo hacia una concepción funcional que prioriza la generalización y el razonamiento matemático en las primeras etapas educativas. Se concluye que el curso de formación continua demostró ser eficaz para impulsar el desarrollo profesional docente, al dotar a los participantes de herramientas prácticas y teóricas que potencian la enseñanza del álgebra en niveles básicos.

**PALABRAS CLAVE:** desarrollo profesional docente, sentido algebraico, formación continua, educación infantil, educación primaria.

### **PROFESSIONAL DEVELOPMENT OF MATHEMATICS TEACHERS OF EARLY CHILDHOOD AND PRIMARY EDUCATION: CONTRIBUTIONS OF AN IN-SERVICE TRAINING PROGRAMME ON ALGEBRAIC SENSE**

**ABSTRACT:** The objective of this article is to investigate the professional development of early childhood and primary education mathematics teachers based on the design and implementation of a continuing education programme on algebraic sense. This programme is structured in eight monthly two-hour sessions, in which activities and challenges are presented in line with the main curricular lines (relations, patterns, change, algebraic language and computational thinking) and is implemented based on the realist-reflexive training model. A qualitative methodology based on a multiple case study was adopted, with the participation of 13 in-service early childhood and primary education teachers. Data collection is carried out through participant observation, recording the teachers' interactions and reflections. These data are analysed using the technique of content analysis with a deductive approach, based on previously defined categories related to self-regulation markers emerging from the literature. The results reveal that the programme has promoted: a) processes of deconstruction of teachers' previous experiences, beliefs and disciplinary and pedagogical knowledge about algebraic meaning that can hinder professional development; and b) processes of co-construction and reconstruction about the nature of algebraic sense, showing an evolution in the critical understanding of this meaning. This evolution was evidenced in the transformation of a perception centred on symbolism towards a functional conception that prioritizes generalization and mathematical reasoning in the early stages of education. It is concluded that the in-service training programme proved to be effective in boosting teachers' professional development by providing participants with practical and theoretical tools that enhance the teaching of algebra at basic levels.

**KEYWORDS:** teacher professional development, algebraic sense, in-service training, early childhood education, primary education.

*Recibido: 05/01/2025*

*Aceptado: 19/03/2025*

## **EXTENDED ABSTRACT**

### **I. Introduction**

The professional development of mathematics teachers is a line of research of great relevance, especially considering that students' achievement in international measurement tests do not reach the expected goals. In addition, studies on professional development with mathematics teachers have identified limitations in aspects such as the selection and adaptation of mathematical tasks, the planning of learning trajectories, observation and evaluation of student learning, among others.

Although the professional development of mathematics teachers includes both initial education and lifelong learning, in this article we have focused on the continuing education of mathematics teachers at the Early Childhood Education and primary education stages in terms of algebraic meaning. We have focused on the algebraic sense, since curriculum guidelines at the international level have explicitly established knowledge of an algebraic nature in the curricula from the earliest educational stages.

Likewise, in the Spanish context, Early Childhood Education curricular guidelines have begun to incorporate elements of algebraic sense, mainly through classification and ordering relationships, and the notion of change. Meanwhile, in primary education, the curriculum establishes a specific content axis to address the algebraic sense, which proposes the recognition of patterns, relationships between variables, expression of regularities and the modeling of situations with symbolic expressions. In this context, integrating the algebraic sense from the earliest ages implies promoting particular ways of thinking in the classroom that allow progress towards the generalization of mathematical ideas.

Consequently, the aim of this article is to investigate the professional development of early childhood and primary education mathematics teachers based on the design and implementation of a continuing education programme on algebraic sense.

Thus, we have delved into the elements for the transformation of implicit knowledge into professional knowledge in teacher education, as proposed by Alsina and Esteve (2024b). Implicit knowledge considers the teachers' awareness of their preconceptions, that is, the recognition of their experiences, beliefs and previous knowledge, which subsequently allows them to begin to judge and reflect on them, as a prior step to the processes of deconstruction, co-construction and reconstruction of their teaching profile, helping them to move towards the transformation of their professional knowledge.

### **II. Methodology**

The research has adopted a qualitative methodology, based on a multiple case study under a descriptive approach, with the participation of 13 pre-school and primary school teachers in active service.

The study has been developed through a continuous education programme organized by the Office of Materials and Research on Mathematics in Schools (GAMAR, by its acronym in

Catalan), which is part of the M. Antonia Canals Chair of Mathematics Education at the University of Girona (Spain). This programme is structured in eight monthly sessions of two hours, in which different activities and challenges aligned with the main curricular lines (relations, patterns, change, algebraic language and computational thinking) are presented and implemented from the realistic-reflective training model. Each session presents and discusses the theoretical-methodological elements that teachers must take into account to plan and implement classroom sessions around algebraic meaning, based on: a) what teachers need to know about mathematics to teach algebra in Early Childhood Education and primary education; b) what teaching practices offer girls and boys the opportunity to interact and construct knowledge of an algebraic nature; and c) what types of approaches and tasks are potential for developing algebraic thinking at the early levels of schooling.

The data have been obtained through participant observation, documenting the information obtained on the comments and reflections evoked by teachers during the process of continuous training on algebraic meaning, through a written narrative record of simultaneous information.

These data have been analyzed using the technique of content analysis with a deductive approach, based on previously defined categories related to self-regulation marks emerging from the literature.

### III. Main finding

The results of the study reveal, on the one hand, that the programme has promoted processes of deconstruction of teachers' previous experiences, beliefs and disciplinary and didactic knowledge about algebraic meaning that may hinder professional development. For example, teachers claim to lack previous experiences on algebraic meaning, which hinders the construction of their professional identity to promote its teaching at early ages; they recognize gaps in their didactic-mathematical knowledge, which generates insecurity in their teaching practice; the vision they have of algebra is focused on symbolism and the use of letters, limiting its teaching to later stages; they present difficulties in the design of tasks and learning situations, presenting a restricted vision on the use of didactic materials.

On the other hand, the programme has also promoted processes of co-construction and reconstruction on the nature of algebraic meaning, observing an evolution in the critical understanding of this meaning. Participants have been able to contrast previous experiences, beliefs and knowledge with a new perspective on algebraic meaning that includes the very nature of algebraic knowledge and its purpose. This evolution was evidenced in the transformation from a perception centered on symbolism to a functional conception that prioritizes generalization and mathematical reasoning in the early stages of education.

### Discussion and conclusions

In summary, the data obtained in this article have made it possible to identify how a continuing education programme on algebraic meaning that has been designed in accordance with the established curricular parameters and implemented throughout a school year based on a realistic-reflective training model, has contributed to the transformation of experiences, beliefs and knowledge. It is concluded that the continuing education programme proved to be effective in promoting teachers' professional development by providing participants with practical and theoretical tools that enhance the teaching of algebra at basic levels.

## 1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo profesional del profesorado de matemáticas es una agenda de investigación de candente actualidad (e.g., Badillo et al., 2019; Blanco et al., 2023), más aún cuando los resultados de los estudiantes en pruebas de medición internacional no aportan los objetivos esperados. En España, por ejemplo, los últimos datos de las pruebas PISA 2022 (MEFPD, 2023) y TIMMS 2023 (MEFPD, 2024) han revelado que el rendimiento de los estudiantes españoles en matemáticas se sitúa por debajo de la media de los estándares internacionales.

En el marco de una revisión sistemática sobre desarrollo profesional con docentes de matemática en activo, Shure et al. (2025) han reportado algunas limitaciones por parte del profesorado, por ejemplo, en la selección y adaptación de tareas matemáticas, la secuenciación de trayectorias de aprendizaje, la observación y evaluación del aprendizaje de los estudiantes, entre otras.

Si bien el desarrollo profesional de los docentes de matemáticas incluye tanto a la formación inicial como a la formación a lo largo de la vida (*lifelong learning*), en este artículo nos focalizamos en la formación continua, distinguiéndola de la formación permanente (López Beltrán et al., 2020, p. 54):

La formación permanente se refiere a la capacidad de una persona de continuar aprendiendo desde y en cualquier contexto. Alude al derecho de formarse integralmente, como persona que forma parte de una sociedad, pero también como sujeto individual con interés por conocimientos diversos. En este sentido se asemeja a la definición de *lifelong learning*, pero sin restringirlo exclusivamente al ámbito de lo profesional. No todos los aprendizajes del ser humano deben ir encaminados a una mejora profesional.

En cambio, la formación continua se refiere a aquella que se adquiere para mejorar el desempeño profesional, continuamente y de manera sostenida en el tiempo. Se engloba dentro de la formación permanente, considerándose uno más de todos los aspectos y modalidades en las que esta se basa. El punto en común con el concepto del *lifelong learning* estaría en la continuidad temporal, pero que finaliza al terminar la vida laboral. Sería un *professional lifelong learning*.

Concretamente, nos focalizamos en la formación continua del profesorado de matemáticas de las etapas de educación infantil y primaria en torno al sentido algebraico, teniendo en cuenta los planteamientos de Kaput (2008) sobre la introducción del álgebra desde los primeros niveles escolares. A pesar de que la descripción de lo que se considera álgebra es compleja, pues depende de muchos factores que varían ampliamente incluso dentro de la comunidad educativa, de acuerdo con el CEMat (2021, p.14),

(...) hay dos características principales que lo definen: ver lo general en lo particular, reconociendo patrones y relaciones de dependencia entre variables y expresando estas regularidades mediante diferentes representaciones, así como modelizar situaciones matemáticas o del mundo real con expresiones simbólicas. En ambos casos es de vital relevancia la capacidad de manipular las representaciones simbólicas involucradas produciendo otras representaciones equivalentes que podrían ser más útiles en un determinado contexto.

Teniendo en cuenta que, por un lado, los estudios sobre el conocimiento del profesorado de las primeras etapas para enseñar álgebra revelan que es escaso o nulo (e.g., Pincheira y Alsina, 2024; Wilkie, 2014); y, por otro lado, que los currículos vigentes de infantil y primaria, tanto a nivel internacional (e.g., Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority [ACARA], 2022; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) como en España (MEFP, 2022a, 2022b) han incluido conocimientos algebraicos, en este artículo presentamos un curso de formación continua sobre el sentido algebraico para el profesorado de estas etapas y analizamos cómo contribuye a su desarrollo profesional. Desde esta perspectiva, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo contribuye un curso de formación continua sobre el sentido algebraico en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas de infantil y primaria? A partir de esta pregunta, el objetivo de este artículo es indagar en torno al desarrollo profesional del profesorado de matemáticas de infantil y primaria a partir del diseño e implementación de un curso de formación continua sobre el sentido algebraico.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. La integración del sentido algebraico en educación infantil y primaria

Integrar el sentido algebraico desde las primeras edades implica promover formas particulares de pensar que permitan avanzar hacia la generalización (Kaput, 2008), es decir, identificar lo que es común para todos los casos, extender el razonamiento más allá del ámbito en el que se originó u obtener resultados más amplios a partir de casos particulares (Ellis, 2011).

Aunque no existe un consenso sobre lo que implica incorporar el álgebra en edades tempranas, cualquier contenido o actividad que ayude a los estudiantes a ir más allá de la fluidez aritmética y computacional para comprender las estructuras matemáticas, puede considerarse óptima para desarrollar el pensamiento algebraico (Cai y Knuth, 2005). Los hallazgos de investigaciones recientes dejan en evidencia la capacidad de pensar algebraicamente de los estudiantes de educación infantil (e.g., Acosta y Alsina, 2024; Anglada et al., 2024) y educación primaria (e.g., Cañadas et al., 2024; Pinto et al., 2023).

Movilizar el sentido algebraico en educación infantil implica atender a una serie de conocimientos que promueven la enseñanza del álgebra (Pincheira y Alsina, 2021a): a) establecer relaciones a partir del reconocimiento de atributos, tales como relaciones de equivalencia o clasificaciones, relaciones de orden y correspondencias. Es importante mencionar que el reconocimiento de atributos es un conocimiento físico preliminar que resulta indispensable para comenzar a establecer la agrupación de elementos por un atributo común, lo que constituye la antesala para establecer las relaciones mencionadas anteriormente, puesto que se comienzan a reconocer las semejanzas y diferencias entre objetos (Alsina y Bosch, 2024); b) realizar seriaciones a partir de patrones de repetición, considerando la identificación, construcción y representación del patrón; c) describir cambios cualitativos y cuantitativos, que considera la variación o transformación que experimenta un determinado objeto matemático, de un estado inicial a otro final, a partir de un operador (Alsina y Pincheira, 2022).

En educación primaria, Kaput (2008) y Blanton et al. (2015) identifican tres líneas centrales de conocimiento para la enseñanza del álgebra:

- a) la aritmética generalizada, que incluye la generalización de relaciones aritméticas, las propiedades fundamentales del número y las operaciones, y el razonamiento de las expresiones aritméticas a partir de su estructura;
- b) la equivalencia, expresiones, ecuaciones e inecuaciones, que incluye una comprensión relacional del signo igual, representar y razonar con expresiones y ecuaciones en su forma simbólica y describir relaciones entre dos o más cantidades generalizadas equivalentes o no;
- c) el pensamiento funcional, que se relaciona con la generalización de las funciones, es decir, las relaciones entre cantidades que covarían, y con la capacidad de expresar patrones numéricos y de crecimiento, como funciones y expresiones algebraicas (Mulligan et al., 2020).

Desde hace más de dos décadas, el NCTM (2000) de Estados Unidos, ha apostado por la inclusión del álgebra en los programas educativos desde los 3 años, siguiendo la noción de “algebrización” curricular propuesta por Kaput (2000). Asimismo, las directrices curriculares de países como Australia, Singapur, Nueva Zelanda, entre otros, se han sumado a esta iniciativa y han establecido explícitamente conocimientos de naturaleza algebraica en los planes de estudio de educación infantil y primaria (Pincheira y Alsina, 2021a).

En el contexto español, las directrices curriculares de educación infantil (MEFP, 2022a) han comenzado a incorporar elementos del sentido algebraico, principalmente a través de las relaciones de clasificación y ordenación, y la noción de cambio. Mientras que, en educación primaria, el currículo (MEFP, 2022b) establece un eje de contenidos específicos para abordar el sentido algebraico, que

engloba el reconocimiento de patrones, relaciones entre variables, expresión de regularidades y la modelización de situaciones con expresiones simbólicas. Por razones organizativas el currículo español ha incluido la modelización matemática y el pensamiento computacional dentro del sentido algebraico, siendo dos procesos que deben trabajarse durante el desarrollo de toda el área de matemáticas (Alsina, 2023). Aunque el currículo español promueve la inclusión del pensamiento algebraico, uno de los desafíos es proporcionar formación docente adecuada para garantizar su enseñanza efectiva.

## **2.2. Investigaciones previas sobre el conocimiento del sentido algebraico del profesorado en activo de educación infantil y primaria**

Algunos estudios recientes se han empezado a interesar por profundizar en el conocimiento del profesorado de educación infantil y primaria sobre aspectos generales del sentido algebraico propios de estas etapas escolares (Pincheira y Alsina, 2021b).

Wilkie (2014), por ejemplo, analiza el conocimiento sobre la enseñanza del pensamiento funcional de 105 profesores en activo de educación primaria. Los resultados revelan un conocimiento apropiado en tareas de generalización de patrones. No obstante, el conocimiento pedagógico del profesorado es limitado, puesto que el profesorado no logra otorgar experiencias de aprendizaje adecuadas en relación con las funciones, relaciones y variables. Trivilin y Ribeiro (2015) analizan los conocimientos que anuncian 10 profesores de primaria en activo sobre los diferentes significados del signo igual. Se aprecian ciertas limitaciones para reconocer la noción operativa y la noción de equivalencia. A su vez, se evidencian dificultades para determinar las implicaciones de la enseñanza de los diferentes significados del signo de igualdad en el currículo.

Más tarde, Noviyanti y Suryadi (2019), evalúan el conocimiento sobre patrones y el sentido numérico de relaciones matemáticas de 35 profesores en activo de educación infantil. Los resultados revelan limitaciones en la comprensión de ambos constructos. Asimismo, Mejías (2019) evalúa el conocimiento sobre el sentido algebraico de 121 profesores en activo de educación primaria, evidenciando limitaciones para justificar e interpretar ideas matemáticas de carácter algebraico.

En síntesis, los datos en torno a los conocimientos que moviliza el profesorado en activo de educación infantil y primaria son escasos y reflejan un limitado conocimiento para promover una enseñanza efectiva del sentido algebraico en los primeros niveles de escolarización.

### 2.3. El desarrollo profesional del profesorado de matemáticas

Como se ha señalado, el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas es una agenda de investigación con un papel muy destacado dentro de la investigación en educación matemática. Llinares (2008) estableció dos grandes ámbitos de actuación: 1) aprender el conocimiento y destrezas útiles para enseñar matemáticas y desarrollo profesional: variables y factores que influyen; y 2) Relación entre la teoría y la práctica como elemento para el desarrollo profesional del formador e investigador. Más adelante, Alsina (2019a) ha ampliado estos ámbitos a cinco: 1) aprender el conocimiento y destrezas útiles para enseñar matemáticas; 2) planificación y gestión de la enseñanza en diversos contextos de enseñanza y su influencia en el desarrollo de la comprensión; 3) evaluación formativa y formadora; 4) relación entre la teoría y la práctica como elemento para el desarrollo profesional; 5) sistema de creencias. Ello responde a la necesidad de crear un cuerpo sólido de conocimientos que, además de identificar los conocimientos necesarios para enseñar matemáticas o el binomio teoría-práctica, considere también otros factores imprescindibles para una formación transformadora agentiva de base neosociocultural, que es el enfoque que se asume en este artículo.

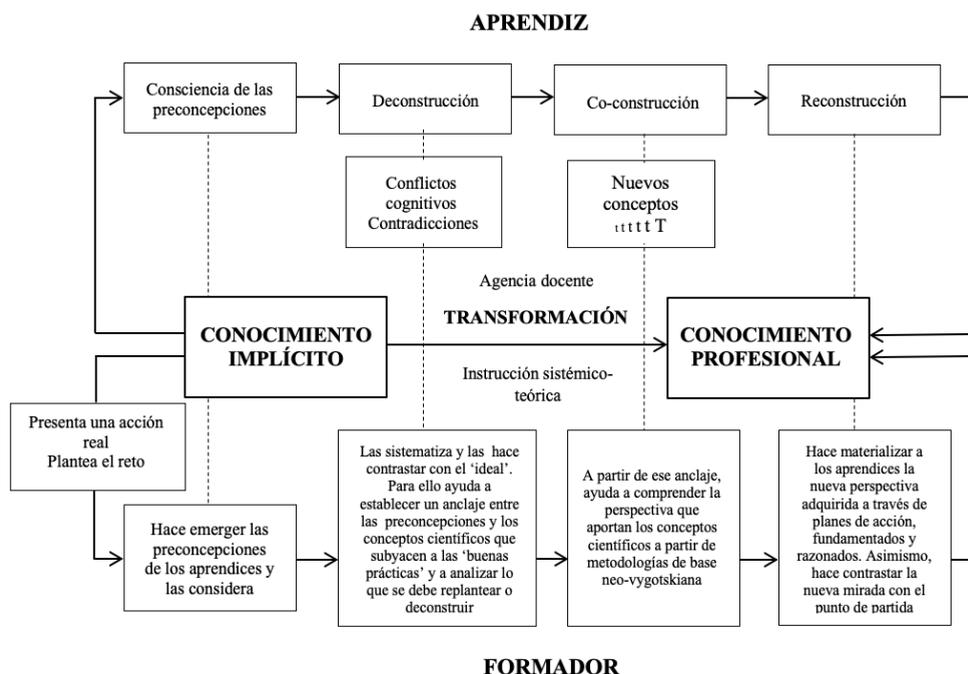
Desde la perspectiva agentiva, los docentes en formación no reproducen mecánicamente lo que se les enseña a hacer, sino que su actuación siempre es producto de la interacción entre los recursos individuales, su intuición y la combinación de este conjunto de elementos con los recursos y factores contextuales y estructurales (Priestley et al., 2015). Así, de acuerdo con Alsina y Esteve (2024a, p. 23):

(...) los docentes no nos desarrollamos aplicando lo que se nos transmite, sino construyendo un perfil docente propio a partir de los propios recursos internos, así como todo el input que vamos recibiendo y que vamos adaptando al entorno, a la persona y, por tanto, a las propias posibilidades.

Estos autores consideran que, si no se lleva a cabo una formación docente eficaz basada en una relación más coherente y sobre todo constructiva entre la práctica y la teoría, el desarrollo profesional no es posible, entendiendo por "formación eficaz" un tipo de formación que requiere ante todo conocer lo que los docentes en formación saben y lo que necesitan aprender, y luego estimularlos y ayudarlos para que lo aprendan bien. Desde esta perspectiva, pues, saber cómo se construye el conocimiento profesional, disponer de estrategias pedagógicas adecuadas, apoyar y estimular o tratar de mejorar son algunas de las claves que pueden impulsar una formación de docentes eficaz que, en el caso que nos ocupa, contribuya al desarrollo profesional para promover el sentido algebraico de los estudiantes de infantil y primaria.

Alsina y Esteve (2024b), a partir de los datos identificados en estudios previos (Alsina et al., 2016, 2019; Esteve, 2018), ilustran los elementos que entran en juego en todo este proceso de transformación, es decir, las acciones que llevan a cabo los agentes implicados (docentes en formación y formadores) para que se produzca un cambio en la práctica docente (Figura 1).

**Figura 1.** Elementos para la transformación del conocimiento implícito en conocimiento profesional en la formación de docentes (Alsina y Esteve, 2024b, p. 15)



En relación con los docentes en formación, es necesario que se produzca una toma de consciencia de las preconcepciones, es decir, que reconozcan sus experiencias, creencias y conocimientos previos y que pueda empezar a juzgarlos y a reflexionar sobre ellos, como paso previo a los procesos de deconstrucción, co-construcción y reconstrucción. Estos procesos, se muestran de manera secuencial en la Figura 1, sin embargo, en los procesos formativos se pueden suscitar de manera concurrente.

Por *deconstrucción* se entiende un proceso a partir del cual el aprendiz toma consciencia de las experiencias, creencias y conocimientos previos que pueden obstaculizar la construcción de su perfil profesional y busca alternativas para su transformación (Alsina et al., 2016); la *co-construcción* se concibe como un proceso social e interactivo en el que los estudiantes comparten sus conocimientos y

experiencias previas, con la mediación de un experto, para fomentar el aprendizaje profesional a través del andamiaje colectivo, es decir, mediante la reflexión y la construcción colectivas (Melief et al., 2010); finalmente, por *reconstrucción* se entiende un proceso que conlleva la transformación del conocimiento implícito en conocimiento profesional. Bell y Gilbert (1996) indican que estos procesos fomentan el aprendizaje del conocimiento adquirido socialmente, la formación de una opinión personal y la reconstrucción de conocimiento social. En todo este proceso de transformación intervienen, lógicamente, otros elementos que se han ido describiendo a raíz de los resultados que la investigación educativa ha aportado sobre los procesos formativos. Por su importancia, en la Figura 1 se incluye también el elemento denominado *agencia docente*, que Reeve y Tseng (2011, p. 258), definen como:

La contribución constructiva de los aprendices en el flujo de la instrucción que reciben. Lo que este nuevo concepto describe es el proceso intencionado que llevan a cabo los aprendices para personalizar y enriquecer proactivamente tanto lo aprendido como las condiciones y circunstancias en las que se ha aprendido.

Como se observa en la definición anterior, se incluyen aspectos emocionales y cognitivos. Además de los conflictos y contradicciones señalados en la Figura 1, la construcción de nuevos conocimientos profesionales implica elementos como la intencionalidad, la proactividad y, en términos generales, la actitud hacia el aprendizaje.

En relación con la persona formadora de docentes, el paso previo imprescindible es presentar la acción formativa mediante retos, situaciones problemáticas, etc. Este proceso busca identificar y considerar las preconcepciones de los aprendices, ya que algunos conocimientos previos pueden obstaculizar la construcción del propio perfil profesional. Desde este enfoque, Alsina y Esteve (2024b) señalan que para que la acción de las personas formadoras de docentes sea eficaz, el paso siguiente consiste en sistematizar estos conocimientos previos y hacerlos contrastar con el propio ideal de los aprendices, lo que puede provocar que surjan conflictos y contradicciones en ellos. Para gestionar lo que se podría denominar “el eje emocional” de los docentes en formación, es necesario realizar un anclaje entre los conocimientos previos y el propio ideal, es decir, se trata de fijar el valor que estos conocimientos previos tienen en la construcción del perfil docente propio. A través de este anclaje es como, progresivamente, el docente en formación incorpora y comprende nuevos conceptos. En este contexto, entra en juego un tipo de instrucción de base neovygotskiana denominada *Concept-based instruction* (C-BI), que se lleva a cabo a través de una serie de fases que pueden organizarse e implementarse según sea apropiado para un contexto educativo específico según lo determine el instructor (Esteve, 2018). En la última fase de la formación, se incorporan nuevos planes de

acción, es decir, nuevos métodos de acción que permitan la co-construcción y la reconstrucción del conocimiento implícito en conocimiento profesional.

Alsina et al. (2019) han identificado doce marcas de autorregulación que se producen durante este proceso, concibiendo a las marcas de autorregulación como los elementos del proceso formativo que permiten a una persona en formación dirigir su propia conducta para poder asumir metas, proyectar su actuación, observarla con mirada crítica y evaluarla a la luz de ciertos criterios, tomando en consideración la conceptualización de autorregulación de Bandura (1991). Las cinco primeras marcas fomentan procesos cognitivos de deconstrucción de conocimiento implícito: experiencias previas; creencias sobre uno mismo; creencias sobre el funcionamiento de la clase; conocimientos disciplinares implícitos; y conocimientos didácticos implícitos. Las siete marcas restantes permiten llevar a cabo procesos de co-construcción y reconstrucción de conocimiento profesional: interacción con el contexto I (el centro escolar); interacción con el contexto II (la universidad); interacción con uno mismo; interacción entre iguales; interacción con el experto; interacción con la teoría; y conocimiento profesional crítico. En su conjunto, estas 12 marcas son las que impulsan la transformación de conocimiento implícito en conocimiento profesional docente, lo cual se ha ilustrado en diversos estudios con profesorado de matemáticas (Alsina 2019b, 2024).

### 3. METODOLOGÍA

Se ha adoptado una metodología cualitativa de estudio de casos múltiples bajo un enfoque descriptivo (Stake, 2020), puesto que se requiere indagar en el desarrollo profesional del profesorado en activo de educación infantil y primaria durante un proceso de formación continua sobre el sentido algebraico.

#### 3.1. Participantes y contexto

La muestra está compuesta por 13 docentes en activo, 4 de educación infantil y 9 de educación primaria y una experta que imparte la formación. Todos los participantes desempeñan su actividad profesional en colegios públicos españoles: 5 docentes (38.5%) cuentan con menos de 5 años de experiencia en la enseñanza de las matemáticas; 2 (15.4%) entre 5 y 10 años; y los 6 restantes (46.1%), con más de 10 años de experiencia.

Los docentes participantes durante su formación inicial no han recibido asignaturas específicas sobre la Didáctica del Álgebra. Asimismo, no han recibido formación continua previa sobre la enseñanza del álgebra en edades tempranas.

El estudio se ha desarrollado a través de un curso de formación continua organizado por el Gabinete de Materiales y de Investigación para la Matemática en

la Escuela (GAMAR) en el marco de la Cátedra de Didáctica de las Matemáticas M. Antonia Canals de la Universidad de Girona. El objetivo principal de la Cátedra es impulsar el desarrollo profesional docente y, de este modo, contribuir al desarrollo de la competencia matemática infantil.

El curso, titulado: *Del razonamiento lógico al sentido algebraico: descubriendo el sentido algebraico del nuevo currículo*, ha considerado 16 horas de formación, distribuidas en ocho sesiones presenciales de 2 horas cada una, desarrolladas mensualmente entre octubre de 2023 y mayo de 2024.

### **3.2. Diseño y procedimiento**

#### *3.2.1. Estructura del curso de formación continua*

En relación con la estructura interna de las sesiones del curso, estas consideran las líneas de conocimientos esenciales que se requieren implementar para integrar el sentido algebraico en educación infantil y primaria, siguiendo las orientaciones de la literatura (Blanton et al., 2015; Kaput, 2008; Pincheira y Alsina, 2021a) descritas en el marco teórico. Adicionalmente, se han incluido también cuestiones más recientes que el currículo estatal ha ubicado dentro del sentido algebraico, como el pensamiento computacional.

En cada sesión se presentan y discuten los elementos teóricos metodológicos que deben tener en cuenta los docentes para planificar e implementar las sesiones de clase en torno a este bloque temático, basándose en: a) qué necesitan saber los docentes sobre matemáticas para enseñar álgebra en infantil y primaria; b) qué prácticas de enseñanza ofrecen a las niñas y a los niños la oportunidad de interactuar y construir conocimientos de naturaleza algebraica; y c) qué tipos de enfoques y tareas son potenciales para desarrollar el pensamiento algebraico en los primeros niveles de escolarización.

En la Figura 2 se presenta un resumen de las sesiones llevadas a cabo con los docentes en activo de educación infantil y primaria durante el curso de formación continua.

Para el desarrollo de cada sesión, la maestra experta que imparte la formación considera la implementación de diversas técnicas y habilidades para crear un ambiente de confianza que fomente la participación de los docentes en activo a través de la interacción, la negociación y el diálogo. Es decir, la formadora plantea preguntas previamente pensadas y presenta retos a los docentes participantes.

**Figura 2.** Panorama general de las sesiones del curso de formación continua



Más específicamente, en el inicio de cada sesión la formadora plantea diversos interrogantes con una doble intencionalidad: por un lado, hacer emerger los conocimientos previos o cotidianos; y, por otro lado, introducir los diferentes temas que considera el curso, por ejemplo: ¿qué crees que es el sentido algebraico?; ¿cómo puedo incorporar los saberes del sentido algebraico en el aula?; ¿cómo podemos representar patrones?; ¿qué recursos utilizarías para trabajar las relaciones de igualdad y desigualdad?; entre otras.

Adicionalmente, durante el desarrollo de las sesiones, la formadora presenta retos a los docentes participantes a través de tareas algebraicas que implican el uso de diferentes recursos y materiales, tales como recursos manipulativos estructurado (e.g., cubos encajables, balanza numérica, máquina de cambios cualitativos y cuantitativos) y no estructurado (e.g., cajas de cerilla, piedras), *applets*, cuentos, entre otros. En la Figura 3, por ejemplo, se muestra la presentación de un reto con el apoyo de material digital (imagen izquierda) y material manipulativo (imagen derecha).

Figura 3. Reto de las incógnitas



Izquierda: Material digital empleado en la formación para presentar el reto; Derecha: formadora representando el reto con material manipulativo

Por último, al final de cada sesión, la formadora recoge las impresiones de los docentes sobre las tareas, materiales y saberes que se han abordado durante el desarrollo de la sesión.

### 3.2.2. Obtención de los datos

Los datos se han obtenido mediante la observación participante (Cohen et al., 2018), documentando la información obtenida durante el curso de formación continua a través de un registro narrativo escrito de información simultánea (Flick, 2015). Este registro ha permitido recoger evidencia del discurso verbal que se ha generado a partir de la interacción, la negociación y el diálogo entre los participantes y la formadora durante el desarrollo de las diferentes sesiones (Figura 2).

De esta manera, se ha focalizado la atención en los comentarios y reflexiones que han evocado los docentes durante el proceso de formación continua sobre el sentido algebraico. Posteriormente, se han identificado evidencias acerca de las marcas de autorregulación descritas en el marco teórico, para analizar el efecto del curso en el desarrollo profesional de los docentes participantes. En la Figura 4, se presenta una síntesis de las marcas de autorregulación que han servido de guía para la obtención de los datos:

**Figura 4.** *Guía de observación para identificar las marcas de autorregulación (Alsina et al., 2019)*

### **Deconstrucción**

- Experiencias previas: situaciones pasadas que han dejado huella en la construcción de la identidad hacia una determinada disciplina o en la construcción de la identidad profesional.
- Creencias sobre uno mismo: mirada interna como docente en formación.
- Creencias sobre el funcionamiento de la clase: preconcepciones acerca de las líneas metodológicas de los centros escolares, la forma de gestionar la práctica docente de cada maestro e incluso a los distintos tipos de relaciones entre los profesionales.
- Conocimientos disciplinares implícitos: visión acerca de las disciplinas y los conocimientos que las integran.
- Conocimientos didácticos implícitos: visión acerca de cómo enseñar las disciplinas.

### **Co-construcción y reconstrucción**

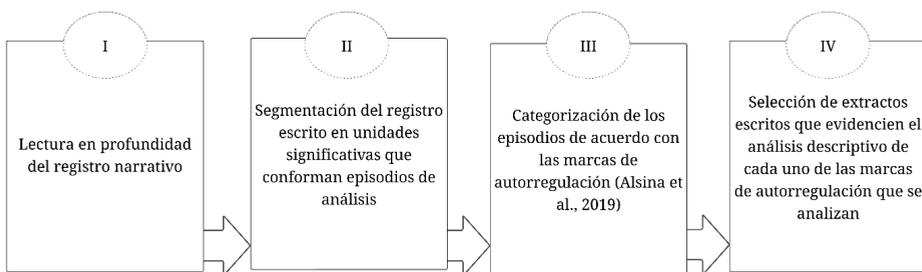
- Interacción con el contexto I (el centro escolar): contraste con el contexto del aula de infantil o de primaria a partir de la observación participante y del aprendizaje situado, por lo que se considera una práctica vivenciada.
- Interacción con el contexto II (la universidad): contraste con el contexto pedagógico (la universidad) a partir de la participación activa y el aprendizaje situado.
- Interacción con uno mismo: diálogo interno mediante la introspección.
- Interacción entre iguales: comunicación con los demás, a través del trabajo cooperativo, la negociación y el diálogo reflexivo.
- Interacción con el experto: comunicación con el más experto, también a través del diálogo reflexivo y la negociación.
- Interacción con la teoría: contraste con la teoría tanto disciplinar como didáctica vinculada con la construcción del perfil docente.
- Conocimiento profesional crítico: resultado del proceso de construcción autorregulado del propio perfil docente, que incluye tanto conocimiento profesional como pensamiento crítico.

### 3.2.3. Análisis de los datos

Se ha utilizado la técnica de análisis de contenido mediante la aplicación del método deductivo de categorías (Grbich, 2013). Este método determina elementos del análisis previamente establecidos y derivados teóricamente, que permiten vincularlos con el texto, en nuestro caso el registro narrativo escrito, examinado de acuerdo con las marcas de autorregulación (Figura 4).

El análisis de los datos ha considerado las siguientes etapas (Figura 5):

**Figura 5.** Etapas del análisis de contenido



Cabe destacar que las evidencias que se extraen del registro narrativo escrito se codifican de manera sistemática mediante una nomenclatura estandarizada. Cada evidencia se clasifica con el formato  $Dn$ , donde "n" representa el número del participante (del 1 al 13), complementado por la indicación de la sesión de la formación (S1 a S8) en la que se registró. Por ejemplo, la designación D2-S3 identifica una evidencia generada por el docente 2 durante la sesión de formación 3. Este método de codificación optimiza la identificación de las unidades significativas en el registro escrito y el análisis de las marcas de autorregulación.

Por último, una determinada evidencia del registro narrativo se codifica de acuerdo a un solo proceso, ya sea deconstrucción, co-construcción o reconstrucción, y sus respectivas marcas de autorregulación.

## 4. RESULTADOS

Esta sección está organizada de acuerdo con el proceso de desarrollo profesional de los docentes en formación descritos en la Figura 1 (deconstrucción, co-construcción y reconstrucción) y las marcas de autorregulación propuestas por Alsina et al. (2019), descritas en la Figura 3.

#### 4.1. Fase 1. Deconstrucción de experiencias, creencias y conocimientos previos

En esta fase, la maestra experta que imparte la formación presenta una serie de preguntas y retos con la intención de revelar los conocimientos, experiencias y creencias previas de los docentes participantes. Por tanto, los comentarios y reflexiones que comunican los participantes a partir de las preguntas formuladas y la resolución de los retos propuestos contribuyen a descubrir algunas experiencias, creencias y conocimientos previos de los docentes en activo sobre el sentido algebraico (Tabla 1).

**Tabla 1.** *Experiencias, creencias y conocimientos previos sobre el sentido algebraico*

|   |  |
|---|--|
| Experiencias previas                          | D2-S1: "En la universidad no tuve una formación específica sobre el sentido algebraico"<br>D3-S1: "No recuerdo haber recibido como estudiante de primaria este tipo de contenido, mis recuerdos con el álgebra son más de la etapa de secundaria"<br>D4-S2: "Nunca me formaron para enseñar el sentido algebraico de manera efectiva en niños de infantil y primaria"  |
| Creencias sobre uno mismo                     | D10-S3: "No me siento seguro para abordar el sentido algebraico en educación primaria"<br>D9-S4: "Me pregunto si seré capaz de ofrecer situaciones de aprendizaje sobre los saberes algebraicos que indica el currículo"<br>D7-S3: "Para realizar una buena clase e incorporar estos saberes algebraicos me faltan conocimientos, no tengo confianza de hacerlo bien"  |
| Creencias sobre el funcionamiento de la clase | D5-S1: "En las actividades que programaba no sabía distinguir si en alguna abordaba saberes del sentido algebraico"<br>D8-S3: "En mi escuela seguimos las orientaciones del libro de texto para trabajar el sentido algebraico y solo hago lo que me propone"<br>D1-S1: "Cuesta encontrar puntos en común a la hora de diseñar actividades si la paralela no entiende el sentido algebraico como lo plantea el currículo"            |
| Conocimiento disciplinar implícito            | D3-S1: "Para mí el sentido algebraico tiene que ver con las letras y los números"<br>D6-S1: "Relaciono el sentido algebraico con saberes más avanzados, como letras y símbolos"<br>D13-S3: "Entendía el álgebra como un contenido más de etapas superiores, es decir, relacionado con fórmulas y ecuaciones"   |
| Conocimiento didáctico implícito              | D12-S1: "No sé cómo elaborar una situación de aprendizaje vinculada con la vida cotidiana donde se aborden los saberes del sentido algebraico"<br>D3-S1: "Como entiendo que el sentido algebraico se vincula con las fórmulas y letras, pienso que el trabajo con fichas puede ser un buen recurso"<br>D11-S1: "Me cuesta pensar qué materiales manipulativos puedo utilizar para trabajar las relaciones de igualdad y desigualdad" |

Se observa que los docentes tienen una ausencia de experiencias previas sobre el sentido algebraico, por tanto, no han tenido la oportunidad de construir una identidad profesional para enseñar álgebra en edades tempranas. Por otro lado, los datos muestran que los docentes en activo son conscientes de las lagunas que tienen para incorporar los saberes algebraicos debido a una falta de conocimientos didácticos-matemáticos, lo que provoca inseguridades en el desarrollo de la práctica docente.

Por último, en relación con los conocimientos, la visión que plantean los docentes sobre el sentido algebraico tiene estrecha relación con el simbolismo y uso de letras, que se evidencia en etapas posteriores a la educación primaria. En relación con la enseñanza del sentido algebraico, presentan una visión restringida sobre el diseño de tareas matemáticas y situaciones de aprendizaje, así como en el uso de materiales y recursos que permitan avanzar desde lo concreto hacia lo abstracto, lo que resulta esencial para incorporar el sentido algebraico en las primeras edades.

#### **4.2. Fases 2 y 3. Co-construcción y reconstrucción de nuevas experiencias, creencias y conocimientos**

En estas fases, los docentes en formación co-construyen y reconstruyen nuevo conocimiento profesional para enseñar álgebra en infantil y primaria a través de procesos de interacción, negociación y diálogo. Considerando el conjunto de marcas de autorregulación descritas por Alsina et al. (2019) para promover procesos de co-construcción y reconstrucción, durante el curso de formación hemos podido identificar todos los tipos de interacción salvo la interacción con el contexto universitario, lo cual resulta evidente puesto que el curso de formación no se desarrolla propiamente dentro de dicho contexto. Adicionalmente, se ha podido identificar como el profesorado va desarrollando un conocimiento profesional cada vez más crítico (Tablas 2 y 3).

Los datos muestran diferentes cuestiones relevantes para el desarrollo profesional docente en torno a la enseñanza del álgebra en infantil y primaria. Una primera cuestión es en torno a la naturaleza del conocimiento algebraico, pues en los ejemplos anteriores se evidencia como el profesorado va comprendiendo que dicho conocimiento integra cuestiones asociadas a las relaciones, a los patrones, etc., ampliando de este modo su visión de qué es y qué no es álgebra. Otra cuestión interesante es la matización del lenguaje matemático que utilizan los docentes participantes, por ejemplo, aprendiendo a distinguir progresivamente los términos *agrupación* y *clasificación*, o bien *serie* y *patrón*. Y, finalmente, una tercera cuestión a destacar es que el profesorado participante va integrando paulatinamente para qué sirve el álgebra en general y los diferentes saberes que se abordan en particular: por ejemplo, aprenden que el álgebra permite desarrollar habilidades mentales muy relevantes como generalizar o bien que los patrones desarrollan el pensamiento funcional.

**Tabla 2.** *Co-construcción de nuevas experiencias, creencias y conocimientos*

|  |   |
|--|---|
| Interacción en el contexto II (la universidad) | <p>D2-S6: “En la universidad me enseñaron que los giros, simetrías... que hemos visto durante la sesión (6) formaban parte de la geometría. Me ha gustado ver la conexión con el cambio, pero no me acaba de quedar claro que se trate de conocimientos algebraicos”</p> <p>Experta: “Cuando diseñamos el curso pensábamos que era interesante mostrar esta conexión porque algunos autores presentan la idea de cambio más allá de lo aritmético, pero es cierto que los currículos engloban estos saberes dentro del sentido geométrico y no dentro del algebraico”</p> |
| Interacción entre iguales                      | <p>A partir de la presentación de la experta, se genera una discusión entre un grupo de docentes sobre la diferencia entre agrupar y clasificar.</p>  |



D4-S1: “Las agrupaciones no se consideran relaciones, es lo más básico. Se pueden adjuntar cosas que tienen solo una característica y sobran otros elementos”

D7-S1: “También se pueden realizar agrupaciones por dos características”

D1-S1: “Pero si agrupas los rotuladores, los lápices de color y quedan gomas y tijeras también es una clasificación”

D4-S1: “No, en la clasificación no sobran elementos”

D1-S1: “La concepción que yo tenía cuando comencé a estudiar, es que cuando agrupas en sí o no, es una agrupación”

D7-S1: “Cuando juntas elementos y sobran otros es una agrupación”

|  |  |
|--|--|
| Interacción con el experto   | <p>La interacción con la experta se genera a partir del planteamiento de preguntas:<br/>                 Experta: “¿Quién se atreve a decir qué es un patrón?”</p>   |
|  <p>The image shows a presentation slide with a light pink background. At the top, there are three small '+' symbols. The main title is '¿Patrones? ¿Seriaciones?' in bold black text. Below it, a green horizontal bar contains the subtitle '¿Qué utilidad tienen?' in white text. The slide features two rows of images. The top row shows colorful geometric blocks (cubes, triangles) on a light blue surface, some arranged in patterns. The bottom row shows the same blocks on a light blue surface, with some arranged in vertical columns of different heights and colors (blue, green, purple, red, yellow). At the bottom of the slide, there are three small '+' symbols.</p> |  |
| <p>D6-S2: “Una serie”<br/>                 D11-S2: “Es una regularidad”<br/>                 D7-S2: “Son una secuencia temporal repetida”<br/>                 Experta: “Patrón es una regularidad de elementos con una unidad de repetición que sirven para generalizar y promover el razonamiento matemático. Existen diferentes tipos de patrones de acuerdo a su estructura: de repetición, de crecimiento y simétricos”</p>   |  |
| Interacción con la teoría  | <p>D7-S5: “En la generalización de las relaciones aritméticas es importante comprender la estructura de la expresión matemática, más que su valor numérico”<br/>                 D4-S8: “En educación infantil, identificar la estructura que se repite en los patrones permite iniciar el desarrollo del pensamiento funcional”<br/>                 D13-S7: “La idea central del sentido algebraico es que los alumnos aprendan a generalizar partiendo de casos particulares”</p> |

**Tabla 3.** *Reconstrucción de experiencias, creencias y conocimientos previos*

|  |   |
|--|---|
| Interacción en el contexto I (en la escuela) | <p>D13-S7: “Me doy cuenta de que en la escuela estábamos muy perdidos sobre cómo enfocar el trabajo del sentido algebraico, nos parecía algo muy abstracto y, honestamente, con poca aplicabilidad ya que sólo lo asociábamos a expresiones con letras y símbolos en los últimos cursos (de primaria). Pero además de ampliar mucho todos los saberes que se pueden trabajar, me he dado cuenta de la importancia del álgebra para desarrollar habilidades mentales necesarias para las matemáticas e incluso el día a día”</p> |
|--|---|

|                                  |  |
|----------------------------------|--|
| Interacción con uno mismo        | <p>D11-S6: "He podido comprobar como el sentido algebraico también se puede trabajar desde infantil a través del uso de materiales manipulativos"</p> <p>D8-S7: "He aprendido que en lugar de ver el signo igual únicamente como un símbolo que indica resultado o respuesta, debemos ayudar a los estudiantes a entender que el signo igual representa una relación de equilibrio o equivalencia entre dos expresiones matemáticas"</p> <p>D6-S8: "Mi percepción sobre el sentido algebraico ha cambiado, veo que no sólo tiene relación con las letras y símbolos que acostumbramos a ver en educación secundaria cuando éramos estudiantes, se trata de desarrollar una manera de pensar"</p>   |
| Conocimiento profesional crítico | <p>Experta: "El cambio en matemáticas es una transformación, que hacemos a través de una operación. El cambio considera un estado inicial, a través de un operador para alcanzar un estado final"</p> <p>D11-S4: "Entonces los cambios se pueden describir matemáticamente, son predecibles. En el currículo de primaria, los cambios están en el apartado de relaciones y funciones"</p> <p>D7-S4: "En educación infantil podemos trabajar los cambios cualitativos en secuencias no numéricas, por ejemplo, los cambios en el propio cuerpo, cambios en el entorno cercano y cambios en la naturaleza"</p> <p>D10-S5: "Para trabajar el sentido algebraico debemos centrarnos más en la estructura de las operaciones que en el algoritmo. Por ejemplo, si sé que <math>2 \times 4 = 8</math>. Puedo preguntar a los alumnos: ¿puedo escribir esta multiplicación de otra manera obteniendo el mismo resultado? Esta pregunta podría servir para introducir la propiedad conmutativa de la multiplicación"</p> <p>D2-S5: "Este planteamiento también ayuda a trabajar la generalización, en el sentido que los niños se dan cuenta que independientemente del orden de multiplicación de los factores, siempre obtendremos el mismo resultado"</p> |

Adicionalmente, algunos comentarios de los docentes también han sido de utilidad para reflexionar en torno a la estructura del propio curso de formación continua sobre el sentido algebraico. En este sentido, se observa por ejemplo que el contenido tratado en la sesión 6 (transformaciones métricas) ha generado algunas dudas a algún participante, que vincula los saberes tratados en dicha sesión más a la geometría que al álgebra propiamente.

A medida que se han ido desarrollando las diferentes sesiones del curso de formación acerca del sentido algebraico, se ha identificado que además de ir incorporando nuevas cuestiones en torno a la enseñanza del sentido algebraico, van también reconstruyendo algunas experiencias, creencias y conocimientos previos.

En primer lugar, se ha observado que paulatinamente los docentes participantes, a través de un diálogo interno con ellos mismos, contrastan "lo que ya sabían" con

“lo que van descubriendo y aprendiendo en el curso”. Este contraste, como se muestra en la Tabla 3, les permite transformar sus conocimientos y creencias previas: por ejemplo, aprenden a ver el signo igual como una equivalencia en lugar de como un resultado o bien que el sentido algebraico va más allá del trabajo a partir de expresiones algebraicas con signos y letras. Adicionalmente, incorporan también un perfil docente más crítico, alejándose por ejemplo de enfoques tradicionales que justificaban la enseñanza de las operaciones aritméticas para encontrar resultados, exclusivamente.

## 5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En este artículo se ha indagado en torno al desarrollo profesional del profesorado de matemáticas de infantil y primaria a partir del diseño e implementación de un curso de formación continua sobre el sentido algebraico.

Para el diseño del curso se han tomado como referencia las grandes líneas de la integración del sentido algebraico en las etapas de educación infantil y primaria, con base en los planteamientos de Kaput (2008) sobre la necesidad de promover formas particulares de pensar que, desde las primeras edades, ayuden a avanzar progresivamente hacia la generalización. Además, se han considerado también las orientaciones curriculares vigentes en torno al sentido algebraico, desde una perspectiva tanto internacional como estatal (CEMat, 2021; MEFP, 2022a, 2022b); por otro lado, para la implementación del curso de formación continua se ha asumido el aprendizaje realista y reflexivo en la formación del profesorado, que se caracteriza por una formación que se aleja de la aplicación *per se* de lo que se transmite y, en su lugar, promueve procesos de deconstrucción, co-construcción y reconstrucción en los que el profesorado en formación establece una relación más coherente y constructiva entre la práctica y la teoría a partir de la interacción, la negociación y el diálogo (Alsina y Esteve, 2024a, 2024b).

A continuación, considerando la pregunta de investigación planteada, se discuten los principales hallazgos identificados. En relación a los docentes participantes, que es donde se ha puesto el foco en este artículo, el curso ha permitido promover procesos de deconstrucción, co-construcción y reconstrucción de experiencias, creencias y conocimientos en torno al sentido algebraico en educación infantil y primaria. En relación a la deconstrucción, que se refiere el paso previo necesario para que las personas en formación adquieran consciencia de las experiencias, creencias y conocimientos que pueden obstaculizar su desarrollo profesional (Alsina et al., 2016), un primer hallazgo representativo es que el curso de formación ha contribuido a que los docentes participantes hayan tomado consciencia de sus experiencias previas, de su sistema de creencias (creencias sobre uno mismo y sobre el funcionamiento de la clase) y de sus conocimientos disciplinares y didácticos implícitos, que son las cinco marcas de autorregulación

descritas por Alsina et al. (2019). En las diferentes sesiones se han identificado evidencias de la toma consciencia de las experiencias previas sobre el sentido algebraico (D4-S2: *-nunca me formaron para enseñar el sentido algebraico de manera efectiva en niños de infantil y primaria-*); el sistema de creencias (D10-S3: *-no me siento seguro para abordar el sentido algebraico en educación primaria-*) o los conocimientos disciplinares y didácticos previos (D3-S1): *-como entiendo que el sentido algebraico se vincula con las fórmulas y letras, pienso que el trabajo con fichas puede ser un buen recurso-*. Estas marcas de autorregulación, siguiendo los planteamientos de Bandura (1991), permiten que los docentes en formación puedan proyectar su actuación y asumir nuevas metas; en otras palabras, son la plataforma necesaria para que los participantes sientan la necesidad de adquirir nuevos conocimientos práctico-teóricos que los permitan mejorar su actividad profesional.

Un segundo hallazgo se relaciona con los procesos de co-construcción y reconstrucción de experiencias, creencias y conocimientos previos. Sintéticamente, los datos identificados han permitido obtener evidencias de diversos tipos de interacciones durante los procesos de co-construcción y reconstrucción, sobre todo interacciones entre iguales, con el experto y con la teoría. Así, en el marco del andamiaje colectivo y a través de la gestión llevada a cabo por la formadora a través del planteamiento de preguntas y la presentación de retos, los participantes han podido contrastar las experiencias, creencias y conocimientos previos con una nueva perspectiva sobre el sentido algebraico que incluye la propia naturaleza del conocimiento algebraico y su propósito (D6-S8: *-Mi percepción sobre el sentido algebraico ha cambiado, veo que no sólo tiene que ver con las letras y símbolos que acostumbramos a ver en educación secundaria cuando éramos estudiantes, se trata de desarrollar una manera de pensar-*); la precisión del lenguaje para denominar los diferentes saberes (D4-S1: *-No, en la clasificación no sobran elementos-*); o el desarrollo progresivo de un conocimiento profesional más crítico: (D10-S5: *-para trabajar el sentido algebraico debemos centrarnos más en la estructura de las operaciones que en el algoritmo-*, desprendiéndose de este modo de la enseñanza de las operaciones aritméticas para encontrar resultados, exclusivamente. Para Alsina y Esteve (2024b), el contraste entre lo que ya se sabía y lo que se aprende es lo que contribuye a construir el perfil docente propio, es decir, a promover el desarrollo profesional mediante la incorporación de nuevos conocimientos (Esteve, 2018).

Finalmente, en relación al curso de formación sobre el sentido algebraico, la implementación ha permitido identificar que la estructura diseñada (temas incluidos a lo largo de las ocho sesiones) puede mejorarse en otras ediciones, sobre todo en lo que se refiere al tratamiento de la noción de cambio. En concreto, los comentarios de algún participante respecto a los saberes de la sesión 6 del curso (transformaciones geométricas): *-(...) me ha parecido interesante ver la conexión con el cambio, pero todavía no veo con claridad que esté relacionado con conocimientos algebraicos-* (D2-S6) han sido objeto de reflexión posterior, concluyendo que no es necesario dedicar

toda una sesión de 2h a las transformaciones métricas en un curso de formación continua sobre el sentido algebraico. Efectivamente, en dicho curso se ha considerado necesario establecer una perspectiva de la noción de cambio que, como señaló Dienes (1971), promueva el empleo lo más temprano posible de muchos operadores distintos de diferente naturaleza, ya que, si el alumnado no adquiere más que experiencia de operadores de carácter aritmético, llegará a creer que no existe otra clase de operadores; sin embargo, teniendo en cuenta los planteamientos de diversos autores y organismos (e.g., Alsina y Pincheira., 2022; NCTM, 2000), se ha valorado *a posteriori* que en otras ediciones del curso será suficiente hacer referencia a todos los cambios cualitativos dentro de la sesión 4 del curso.

En síntesis, los datos obtenidos en este artículo han permitido identificar como un curso de formación continua sobre el sentido algebraico que ha sido diseñado de acuerdo con los parámetros curriculares establecidos e implementado a lo largo de un año escolar a partir de un modelo de formación realista-reflexivo, ha contribuido a la transformación de experiencias, creencias y conocimientos. La transformación de estos elementos, en el sentido de mejora, puede contribuir a una enseñanza más eficaz del sentido algebraico que tenga en consideración tanto el conjunto de saberes que lo integran como las principales finalidades, lo cual tiene importantes implicaciones para la práctica docente, promoviendo de esta manera el desarrollo profesional docente para enseñar álgebra. No obstante, aunque se han identificado diversas marcas de autorregulación de los participantes que han contribuido a esta transformación a partir de una categorización deductiva previa (Alsina et al., 2019), en el futuro será necesario diseñar nuevos estudios que pongan el foco en el rol de las personas formadoras para identificar con mayor precisión qué aspectos de su gestión son clave para promover procesos de transformación, pues estos datos pueden tener importantes implicaciones en la agenda de investigación en torno al desarrollo profesional del profesorado de matemáticas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2024). Modos de pensamiento algebraico en educación infantil: efectos de un itinerario de enseñanza de patrones de repetición. *PNA*, 18(2), 189-222. <https://doi.org/10.30827/pna.v18i2.26256>
- Alsina, Á. (2019a). La educación matemática infantil en España: ¿qué falta por hacer? *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 100, 85-108.
- Alsina, Á. (2019b). Hacia una formación transformadora de futuros maestros de matemáticas: avances de investigación desde el modelo realista-reflexivo. *Unipluriversidad*, 19(2), 60-79. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.05>
- Alsina, Á. (2023). Conocimientos esenciales sobre los procesos, habilidades o competencias matemáticas: orientaciones para implementar situaciones de

- aprendizaje. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 12(2), 65-108. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2023.65-108>
- Alsina, Á. (2024). Avanzando hacia prácticas formativas transformadoras en la formación inicial docente: ejemplificación en una asignatura de Didáctica de las Matemáticas. En O. Esteve y Á. Alsina (Eds.). *Hacia una formación transformadora de docentes. Estrategias eficaces para formadores* (pp. 135-146). Narcea.
- Alsina, Á., Batllori, R., Falgàs, M. y Vidal, I. (2019). Marcas de autorregulación para la construcción del perfil docente durante la formación inicial de maestros. *Revista Complutense de Educación*, 30(1), 55-74. <https://doi.org/10.5209/RCED.55466>
- Alsina, Á., Batllori, R., Falgás, M., Güell, R. y Vidal, I. (2016), ¿Cómo hacer emerger las experiencias previas y creencias de los futuros maestros? Prácticas docentes desde el modelo realista. *REDU-Revista de Docencia Universitaria*, 14(2), 11-36.
- Alsina, Á. y Bosch, E. (2024). Álgebra en infantil y primaria: Diez materiales manipulativos esenciales para desarrollar el sentido algebraico. *TANGRAM - Revista De Educação Matemática*, 7(3), 2-31. <https://doi.org/10.30612/tangram.v7i3.18851>
- Alsina, Á. y Esteve, O. (2024a). Unas preguntas de partida. En O. Esteve y Á. Alsina (Eds.) (2024). *Hacia una formación transformadora de docentes. Estrategias eficaces para formadores* (pp. 21-36). Narcea.
- Alsina, Á. y Esteve, O. (2024b). Introducción. En O. Esteve y Á. Alsina (Eds.) (2024). *Hacia una formación transformadora de docentes. Estrategias eficaces para formadores* (pp. 13-20). Narcea.
- Alsina, Á. y Pincheira, N. (2022). El cambio: un conocimiento esencial del álgebra temprana. *Revista Científica ECOCIENCIA*, 9(6), 49-76. <https://doi.org/10.21855/ecociencia.95.737>
- Anglada, L., Cañadas, M. C. y Brizuela, B. M. (2024). Generalization among 5-Year-Olds in a Functional Context with Programmable Robot. *International Journal of Science and Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s10763-024-10495-x>
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority [ACARA] (2022). *The Australian curriculum: Mathematics*. <https://www.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/mathematics/>
- Badillo, E., Climent, N., Fernández, C. y González Astudillo, M. T. (Eds.) (2019). *Investigación sobre el profesor de matemáticas: práctica de aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional*. Ediciones Universidad Salamanca.
- Bandura, A. (1991). Social cognitive theory of self-regulation. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 50, 248-287.

- Bell, B. y Gilbert, J. K. (1996). *Teacher Development: A Model from Science Education*. Psychology Press.
- Blanco, L. J., Climent, N., González Astudillo, M. T., Moreno, A., Sánchez-Matamoros, G., de Castro, C. y Jiménez, C. (Eds.) (2023). *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática*. Editorial Universidad de Granada.
- Blanton, M. L., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I. y Kim, J.-S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 39-87. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.1.0039>
- Cai, J. y Knuth, E. J. (2005). Introduction: The development of students algebraic thinking in earlier grades from curricula, instructional & learning perspectives. *Zentralblatt Für Didaktik der Mathematik (ZDM)*, 37(1), 1-4. <https://doi.org/10.1007/BF02655892>
- Cañadas, M. C., Moreno, A. y Torres, M. D. (2024). First encounter with constructing graphs in the functional thinking approach to school algebra in 3rd and 4th grades. *ZDM–Mathematics Education*, 56, 1059-1078. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01627-2>
- Cohen, L., Mamion, L. y Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8nd. ed.). Routledge.
- Comité Español de Matemáticas [CEMat] (2021). *Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en Educación no Universitaria*. <https://matematicas.uclm.es/ceamat/wp-content/uploads/bases2021.pdf>
- Dienes, Z. P. (1971). *Estados y operadores. 2: Iniciación al álgebra*. Teide
- Ellis, A. B. (2011). Generalizing-promoting actions: How classroom collaborations can support students' mathematical generalizations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(4), 308-345. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.4.0308>
- Esteve, O. (2018). Concept-based Instruction in Teacher Education Programs in Spain as Illustrated by the SCOBA-Mediated Barcelona Formative Model. En J. Lantolf, M. E. Poehner, y M. Swain (Eds.), *The Routledge Handbook of Sociocultural Theory and Second Language Development* (pp.487-504). Routledge.
- Flick, U. (2015). *El diseño de investigación cualitativa*. Morata.
- Grbich, C. (2013). *Qualitative data analysis: An introduction* (2nd ed.). Sage.
- Kaput, J. J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (1<sup>st</sup> ed., pp. 5-18). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315097435-2>
- Llinares, S. (2008). Agendas de investigación en Educación Matemática en España. Una aproximación desde “ISI-web of knowledge” y ERIH. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 25-54). SEIEM.
- López Beltrán, M. (Coord.), Albarracín, L., Ferrando, I., Montejo-Gámez, J., Ramos, P., Serradó, A., Thibaut, E. y Mallavibarrena, R. (Coord. de los dos bloques de educación) (2020). La educación matemática en las enseñanzas obligatorias y el bachillerato. En D. Martín (Coord. General) y T. Chacón, F. G. Curbera, F. Marcellán y M. Siles (Coords.), *El Libro Blanco de las Matemáticas* (pp. 1-94). Editorial Centro de Estudios Ramón Areces.
- Mejías, C. (2019). *Evaluación de los Conocimiento para la Enseñanza del Álgebra en Profesores en Ejercicio de Educación Primaria* [Tesis doctoral, Universidad de Girona]. <https://dugi-doc.udg.edu/handle/10256/17137>
- Melief, K., Tigchelaar, A. y Korthagen, K. (2010). Aprender de la práctica. En O. Esteve, K. Melief y Á. Alsina (Eds.), *Creando mi profesión. Una propuesta para el desarrollo profesional del profesorado* (pp. 19-38). Octaedro.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP] (2022a). *Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*. (BOE [en línea], núm. 52, 02/03/2022, pág. 1-109). <https://bit.ly/3MWojuA>
- Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP] (2022b). *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*. (BOE [en línea], núm. 76, 30/03/2022, pág. 41571 a 41789). <https://bit.ly/3MR6BsU>
- Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes [MEFPD, 2023]. *PISA 2022: Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe español*. [https://www.libreria.educacion.gob.es/libro/pisa-2022-programa-para-la-evaluacion-internacional-de-los-estudiantes-informe-espanol\\_183950/](https://www.libreria.educacion.gob.es/libro/pisa-2022-programa-para-la-evaluacion-internacional-de-los-estudiantes-informe-espanol_183950/)
- Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes [MEFPD, 2024]. *TIMMS 2023: Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias. Informe español*. <https://www.educacionfpydeportes.gob.es/dam/jcr:9fda3b76-4654-41ae-a450-5d3e40e9d688/timms-2023.pdf>
- Mulligan, J., Oslington, G. y English, L. (2020). Supporting early mathematical development through a ‘pattern and structure’ intervention program. *ZDM–*

- Mathematics Education*, 52(4), 663-676. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01147-9>
- NCTM. (2000). *Principles and standards*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Noviyanti, M. y Suryadi, D. (2019). Basic Mathematics Knowledge of Early Childhood Teachers. *Journal of Engineering Science and Technology*, 1, 19-27.
- Pincheira, N. y Alsina, Á. (2021a). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Revista Educación Matemática*, 33(1), 153-180. <https://doi.org/10.24844/EM3301.06>
- Pincheira, N. y Alsina, Á. (2021b). Teachers' mathematics knowledge for teaching early algebra: a systematic review from the MKT perspective. *Mathematics*, 9, 2590. <https://doi.org/10.3390/math9202590>
- Pincheira, N. y Alsina, Á. (2024). Mathematical knowledge of early algebra exhibited by pre-service early childhood education teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s10763-024-10478-y>
- Pinto, E., Ayala-Altamirano, C., Molina, M. y Cañadas, M. C. (2023). Desarrollo del pensamiento algebraico a través de la justificación en educación primaria. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, 41(1), 149-173. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5835>
- Priestley, M., Biesta, G. J. J. y Robinson, S. (2015). Teacher agency: what is it and why does it matter? En R. Kneyber y J. Evers (Eds.), *Flip the System: Changing Education from the Bottom Up* (pp. 1-11). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315678573>
- Reeve, M. y Tseng, C. M. (2011). Agency as a fourth aspect of student engagement during learning activities. *Contemporary Educational Psychology*, 36, 257-267.
- Shure, V., Lehmann, M., Friesen, M., Roesken-Winter, B. y Prediger, S. (2025). Professional development research on promoting productive practices for teachers' handling of typical tasks of mathematics teaching: a systematic review. *ZDM Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-025-01659-2>
- Stake, R. (2020). *Investigación con estudio de casos*. Morata.
- Trivilin, L. R. y Ribeiro, A. J. (2015). Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 38-59.
- Wilkie, K. J. (2014). Upper primary school teachers' mathematical knowledge for teaching functional thinking in algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(5), 397-428.